

MOTI STELLARI E LA STRUTTURA DELL'UNIVERSO

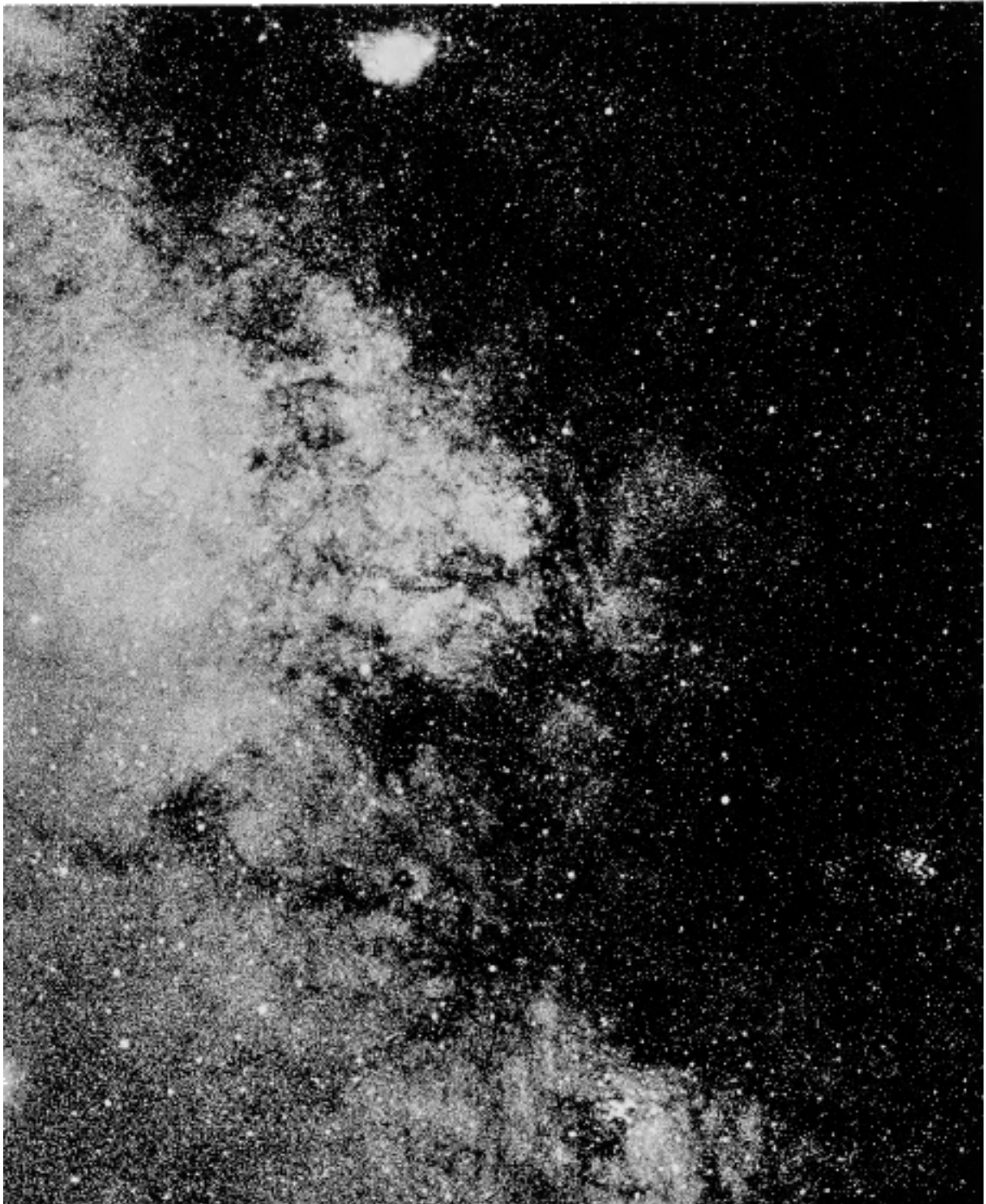
A. S. Eddington

M. A. (Cantab.)m M. Sc. (Manchester), B. Sc. (London), F. R. S.

Professore Plumiano di Astronomia, Università di Cambridge

MacMillan and co, limited St. Martin's Street, Londra - 1914

Plate I.



Il grande ammasso stellare nel Sagittario

PREFAZIONE

Lo scopo di questa monografia è dare un resoconto dello stato attuale delle nostre conoscenze sulla struttura dell'universo siderale. Questo ramo dell'astronomia è diventato particolarmente importante negli ultimi dieci anni; e molti nuovi fatti sono stati recentemente portati alla luce. Ci sono tutte le ragioni per sperare che i prossimi anni saranno ugualmente fruttuosi; e può sembrare azzardato, allo stadio attuale, tentare una discussione generale delle nostre conoscenze. Tuttavia, forse in un momento come questo, in cui le indagini vengono attivamente condotte, un'analisi sui progressi compiuti può essere particolarmente utile.

La consapevolezza che il progresso porterà inevitabilmente a un riadattamento delle idee deve instillare in uno scrittore la cautela; ma credo che un'eccessiva cautela non sia auspicabile. Non può esserci nulla di male nel costruire ipotesi e nel tessere spiegazioni che sembrano più adatte alla nostra attuale conoscenza parziale. Queste non sono speculazioni oziose se ci aiutano, anche temporaneamente, a cogliere le relazioni di fatti sparsi e a organizzare la nostra conoscenza.

Non è stato fatto alcun tentativo di trattare l'argomento storicamente. Ho preferito descrivere i risultati delle indagini fondati sui dati più recenti piuttosto che sulle prime ricerche pionieristiche. Un risultato inevitabile di cui mi rammarico in modo particolare: molti degli operatori che hanno preparato la strada al recente progresso ricevono solo scarsa menzione. Sir W. Herschel, Kobold, Seeliger, Newcomb e altri avrebbero avuto un ruolo molto più importante in un resoconto storico. Ma non era mio scopo descrivere i passi attraverso cui la conoscenza è avanzata; è la situazione attuale che viene qui esaminata.

Per quanto possibile, ho cercato di scrivere per il lettore scientifico. Era impossibile, senza un sacrificio troppo grande, evitare del tutto gli argomenti matematici; ma la maggior parte dell'analisi matematica è stata segregata in due capitoli (VII e X). La sua occasionale intrusione nei capitoli rimanenti, si spera, non interferirà con la leggibilità del libro.

Sono debitore al Prof. G. E. Hale per il permesso di riprodurre le due fotografie di nebulose (Tavola 4), scattate dal Sig. G. W. Ritchey all'Osservatorio di Mount Wilson, e all'Astronomo Reale, Dott. F. W. Dyson, per le tre tavole rimanenti tratte dalla Carta del Cielo Franklin-Adams. Ciò rappresenta solo una piccola parte del mio obbligo nei confronti del dottor Dyson; in un momento o nell'altro quasi tutti gli argomenti trattati in questo libro sono stati discussi tra noi, e non faccio alcun tentativo di distinguere le idee che gli devo. Ci sono molti altri astronomi dalle cui conversazioni, consapevolmente o inconsapevolmente, ho tratto materiale per questo lavoro.

Devo ringraziare: il Sig. P. J. Melotte del Royal Observatory di Greenwich, che ha gentilmente preparato le tre fotografie Franklin-Adams per la riproduzione.

Il Dott. S. Chapman, Assistente Capo del Royal Observatory di Greenwich, ha gentilmente letto le bozze e gli sono grato per il suo attento esame e i suoi consigli.

Desidero inoltre esprimere il mio grande debito nei confronti dell'editore di questa serie di monografie, il Prof. A.R. Gregory, per i numerosi preziosi suggerimenti e per la sua assistenza nel far passare questo lavoro attraverso la stampa.

A. S. EDDINGTON.

Osservatorio di CAMBRIDGE. Aprile 1914.

1 I dati osservativi

Si stima che il numero di stelle che potrebbero essere rivelate dai più potenti telescopi attualmente in uso ammonti a qualche centinaio di milioni. Uno degli scopi principali dell'astronomia stellare è accertare le relazioni e le associazioni che esistono tra questa moltitudine di individui e studiare la natura e l'organizzazione del grande sistema che costituiscono. Questo studio è ancora agli inizi; e, quando consideriamo la portata del problema, difficilmente ci aspetteremo che il progresso verso una piena comprensione della natura dell'universo siderale sarà rapido. Ma la ricerca attiva in questo ramo dell'astronomia, specialmente durante gli ultimi dieci anni, ha portato a molti risultati, che sembrano essere ben consolidati. È diventato possibile farsi un'idea della distribuzione generale delle stelle nello spazio e del carattere generale dei loro moti. Sebbene permangano lacune nella nostra conoscenza e alcune delle domande più vitali siano ancora senza risposta, l'indagine lungo molte linee diverse ha suscitato fatti sorprendenti che potrebbero essere ben stabiliti. È nostro compito nelle pagine seguenti coordinare questi risultati e rivedere i progressi che sono stati compiuti. Fino a pochi anni fa lo studio dei corpi del sistema solare costituiva di gran lunga la più grande divisione dell'astronomia; ma con quella branca della materia non abbiamo nulla a che fare qui. Dal nostro punto di vista l'intero sistema solare è solo un'unità tra miriadi di unità simili. Il sistema delle stelle è su una scala un milione di volte più grande di quella dei pianeti; e le distanze stellari superano un milione di volte le distanze dei corpi relativamente noti che circolano attorno al Sole. Inoltre, sebbene abbiamo preso le stelle come argomento, non tutti i rami dell'astronomia stellare rientrano nell'ambito di questo libro. È alle relazioni tra le stelle, alle stelle come società, che qui è rivolta l'attenzione. Non ci occupiamo delle singole peculiarità delle stelle, se non nella misura in cui ci aiutano in una classificazione ampia in base alla luminosità, allo stadio di sviluppo e ad altre proprietà. Di conseguenza, non ci proponiamo di entrare qui nello studio più dettagliato delle caratteristiche fisiche delle stelle; e i numerosi fenomeni interessanti delle stelle variabili e delle stelle nuove, dei sistemi binari, della chimica stellare e delle temperature sono estranei al nostro attuale obiettivo.

Le principali osservazioni astronomiche, sulle quali deve basarsi l'intera sovrastruttura di fatti o ipotesi, possono essere brevemente enumerate. I dati su una stella che sono utili per le nostre indagini sono:

1. Posizione apparente nel cielo
2. Magnitudine
3. Tipo spettrale, o colore
4. Parallasse
5. Moto proprio
6. Velocità radiale

Inoltre, in alcuni casi piuttosto rari è possibile trovare la massa o la densità di una stella. Questa è una questione importante, perché presumibilmente una stella può influenzare un'altra solo per mezzo della sua attrazione gravitazionale, che dipende dalle masse.

Questo esaurisce quasi l'elenco delle caratteristiche utili nell'indagine dei problemi generali della distribuzione stellare.¹ Solo nei casi più rari è possibile ottenere la conoscenza completa di una stella, indicata nelle sei voci precedenti; e la natura indiretta della maggior parte dei

¹Forse dovremmo aggiungere che anche le separazioni e i periodi delle stelle binarie potrebbero rivelarsi dati utili.

processi di indagine adottati è dovuta alla necessità di utilizzare il più possibile la conoscenza molto parziale che abbiamo.

Le osservazioni già enumerate saranno ora considerate nel loro ordine. La posizione apparente nel cielo non ha bisogno di commenti; può sempre essere dichiarata con tutta l'accuratezza richiesta.

Magnitudine. — La magnitudine di una stella è una misura della sua luminosità apparente; a meno che non si conosca la distanza, non siamo in grado di calcolare la luminosità intrinseca o assoluta. Le magnitudini delle stelle sono misurate con una scala logaritmica. Partendo da una stella di sesta magnitudine, che rappresenta uno standard arbitrario di luminosità di origine tradizionale, ma ora fissato con sufficiente precisione, una stella di magnitudine 5 è una stella da cui riceviamo 2,512 volte più luce. Allo stesso modo, ogni passo di una magnitudine verso il basso o verso l'alto rappresenta un aumento o una diminuzione di luce nel rapporto 1 : 2,512.² Il numero è scelto in modo tale che una differenza di cinque magnitudini corrisponda a un rapporto di luce di $100 = (2,512)^5$. La formula generale è

$$\log_{10} \frac{L_1}{L_2} = -0,4(m_1 - m_2)$$

dove

L_1, L_2 sono intensità luminose da due stelle

m_1, m_2 sono le loro magnitudini.

Le classificazioni della magnitudine sono di due tipi: fotometrica (o visiva) e fotografica; spesso infatti si scopre che tra due stelle quella che appare più luminosa all'occhio umano lascia un'immagine più debole su una lastra fotografica. Nessuno dei due sistemi è stato definito in modo molto rigoroso; infatti, quando le stelle hanno colori diversi, esiste una certa dose di personalità nel giudicare l'uguaglianza della luce da parte dell'occhio e, se si utilizza una lastra fotografica, possono sorgere differenze a seconda della sensibilità al colore del particolare tipo di lastra o della correzione cromatica dell'obiettivo del telescopio. Man mano che l'accuratezza delle determinazioni di magnitudine migliora, probabilmente diventerà necessario adottare definizioni più precise delle scale visuale e fotografica; ma al momento non sembra esserci una seria mancanza di uniformità per questa causa. Ma la distinzione tra le magnitudini fotometriche e fotografiche è molto importante e le differenze sono grandi. Più blu è il colore di una stella, maggiore è il suo effetto relativo sulla lastra fotografica. Una stella blu e una stella rossa della stessa luminosità visiva possono differire fotograficamente fino a due magnitudini.

L'uso di una scala logaritmica per misurare la luminosità possiede molti vantaggi; ma è in grado di dare un'impressione fuorviante del vero significato dei numeri così impiegati. Non sempre ci si rende conto di quanto siano approssimative le misure usuali della luminosità stellare. Se la magnitudine di una singola stella ha un errore non superiore a $0^m,1$, siamo generalmente molto soddisfatti; tuttavia ciò significa un errore di quasi il 10 per cento nell'intensità della luce. Interpretato in questo modo sembra un risultato piuttosto scarso. Una parte importante dell'indagine stellare riguarda i conteggi del numero di stelle entro certi limiti di magnitudine. Poiché il numero di stelle aumenta di circa tre volte per ogni passo successivo di una magnitudine, è chiaro che tutto questo lavoro dipenderà in modo molto importante dall'assenza di errori sistematici nella scala di magnitudini adottata; un errore di due o tre decimi di magnitudine influenzerebbe profondamente i valori. L'istituzione di un sistema di magnitudine accurato, con sequenze di stelle standard, è stata una questione di grande difficoltà, e non è certo che anche ora sia stato raggiunto un sistema sufficientemente definitivo. Le stelle che vengono osservate spaziano su più di venti magnitudini, corrispondenti a un rapporto di luce di 100.000.000 a

²È necessario avvertire il lettore che esistono sistemi di magnitudini ancora di uso comune (quello del Bonn Durchmusterung, quello utilizzato da molti osservatori di stelle doppie e perfino le magnitudini del Preliminary General Catalogue di Boss (1910)) che non sono conformi a questa scala.

1. Suddividere un tale intervallo senza gravi errori cumulativi sarebbe un compito di grande difficoltà in qualsiasi tipo di misura fisica.

Le vaste ricerche dell'Osservatorio di Harvard, che coprono entrambi gli emisferi del cielo, sono la base principale delle moderne magnitudini standard. La sequenza di stelle standard di Harvard nelle vicinanze del Polo Nord, che si estende con comodi passaggi fino alla magnitudine 21, al limite raggiunto con il riflettore da 60 pollici dell'Osservatorio di Mount Wilson, fornisce ora una scala adatta da cui è possibile effettuare misure differenziali. La scala assoluta della sequenza di magnitudini fotografiche di Harvard è stata testata indipendentemente da F. H. Seares, a Mount Wilson, e da S. Chapman e P. J. Melotte, a Greenwich. Entrambi concordano sul fatto che dalla decima alla quindicesima magnitudine la scala è ragionevolmente corretta. Ma secondo Seares è necessaria una correzione tra la seconda e la nona magnitudine, poiché $1^m,00$ sulla scala di Harvard equivale a $1^m,07$ assoluta. Se questo risultato è corretto, l'errore introdotto nelle discussioni statistiche deve essere piuttosto apprezzabile.

Per scopi statistici sono ora disponibili misure delle magnitudini delle stelle in massa effettuate presso gli osservatori di Harvard, Potsdam, Gottinga, Greenwich e Yerkes. La fotometria di Harvard rivista fornisce le magnitudini visuali di tutte le stelle fino a circa $6^m,5$; le magnitudini di Potsdam, anch'esse visuali, ci trasportano in una parte più limitata del cielo fino alla magnitudine $7^m,5$. Le misure di Gottinga, che sono assolute, indipendenti ma in accordo molto buono con le sequenze di Harvard, forniscono magnitudini fotografiche su una vasta zona del cielo per stelle più luminose di $7^m,5$. L'indagine di Yerkes fornisce magnitudini visive e fotografiche delle stelle entro 17° dal Polo Nord fino a $7^m,5$. Una serie di indagini a Greenwich, basate sulle sequenze di Harvard, fornisce statistiche sulle stelle più deboli che si estendono fino alla magnitudine 17 e rappresentano una fonte particolarmente preziosa per lo studio delle parti più remote del sistema stellare.

Finora abbiamo considerato la luminosità apparente delle stelle e non la loro luminosità intrinseca. Quest'ultima quantità può essere calcolata quando è nota la distanza della stella. Misureremo la luminosità assoluta rispetto al Sole preso come unità. La luminosità del Sole è stata misurata in magnitudini stellari e può essere considerata pari a $-26^m,1$ cioè è 26,1 magnitudini più luminosa di una stella di magnitudine zero.³ Da ciò la luminosità L di una stella, la cui magnitudine è m , e la cui parallasse è ω'' , è data da

$$\log_{10} L = 0,2 - 0,4 \times m - 2 \log_{10} \omega$$

Le magnitudini assolute delle stelle differiscono quasi tanto quanto le loro magnitudini apparenti. La stella più debole conosciuta è la compagna di Groombridge 34, che è otto magnitudini più debole del Sole. Le stime delle luminosità delle stelle più luminose sono solitamente molto incerte; ma, prendendo solo i risultati che sono stati definitivamente accertati, le variabili Cefeidi sono in media sette magnitudini più luminose del Sole. Probabilmente questa luminosità è superata da molte delle stelle di tipo Orione. C'è quindi un intervallo di almeno quindici magnitudini nella luminosità intrinseca, o un rapporto di luce di 1.000.000 a 1.

Tipo spettrale. — Per il tipo di spettro sono stati utilizzati vari sistemi di classificazione dagli astrofisici, ma quello del catalogo Draper dell'Osservatorio di Harvard è il più ampiamente impiegato nel lavoro sulla distribuzione stellare. Ciò è dovuto in gran parte alla classificazione molto completa delle stelle più luminose che è stata fatta su questo sistema. Le classi nel presunto ordine di evoluzione sono indicate dalle lettere:

O, B, A, F, G, K, M, N

³Le ricerche più recenti danno un valore di $-26,5$ (Ceraski, *Annali dell'Osservatorio di Mosca*, 1911). È meglio, tuttavia, considerare l'unità di luminosità come un'unità convenzionale, che rappresenta grossolanamente il Sole, e definita dalla formula, piuttosto che continuare a cambiare le misure della luminosità stellare ogni volta che si effettua una migliore determinazione della magnitudine stellare del Sole.

Si riconosce una gradazione continua da O a M, e si ottiene una suddivisione più minuta supponendo che il passaggio da una classe all'altra sia suddiviso in decimi. Così B5A, solitamente abbreviato in B5, indica un tipo a metà strada tra B e A; G2 denota un tipo tra G e K, ma più strettamente affine al primo. Di solito si classificano come Tipo A tutte le stelle da AO a A9; ma presumibilmente sarebbe preferibile raggruppare insieme le stelle da B6 a A5, e questo principio è stato occasionalmente adottato.

Per i nostri scopi non è generalmente necessario considerare quali peculiarità fisiche nelle stelle siano rappresentate da queste lettere, poiché la conoscenza non è necessaria per discutere le relazioni di moto e distribuzione. Tutto ciò di cui abbiamo bisogno è un mezzo per dividere le stelle in base allo stadio di evoluzione che hanno raggiunto e per raggruppare le stelle con certe caratteristiche comuni. Potrebbe tuttavia essere interessante descrivere brevemente i principi che governano la classificazione e indicare i principali tipi di spettro.

Tracciando una stella immaginaria, mentre attraversa le fasi successive dell'evoluzione dalla prima alla più recente, si suppone che i cambiamenti nel suo spettro seguano il seguente corso. All'inizio lo spettro è costituito interamente da bande luminose diffuse su uno sfondo continuo debole. Le bande diventano più rarefatte e strette e compaiono deboli linee di assorbimento; le prime linee visibili sono quelle delle varie serie dell'elio, la nota serie dell'idrogeno di Balmer e la serie dell'idrogeno "aggiuntiva" o "sharp".⁴ L'ultimo è uno spettro che era stato riconosciuto nelle stelle da E. C. Pickering nel 1896, ma che fu prodotto artificialmente per la prima volta da A. Fowler nel 1913. Le bande luminose ora scompaiono e nelle fasi rimanenti lo spettro è costituito interamente da righe e bande di assorbimento, tranne che in singole stelle anomale, che mostrano eccezionalmente righe luminose. La fase successiva è un enorme aumento dell'intensità del vero spettro dell'idrogeno, le righe diventano molto larghe e diffuse; le altre linee scompaiono. Le righe H e K del calcio e altre righe solari diventano poi evidenti e guadagnano in intensità. Dopo di ciò le righe dell'idrogeno diminuiscono, pur rimanendo a lungo la caratteristica principale dello spettro; prima si raggiunge uno stadio in cui lo spettro del calcio diventa molto intenso, e poi si vedono tutte le molteplici righe dello spettro solare. Dopo aver superato la fase raggiunta dal nostro Sole, la caratteristica principale è un accorciamento dello spettro dall'estremità ultravioletta, un ulteriore sbiadimento delle righe dell'idrogeno, un aumento del numero di righe di assorbimento sottili e infine la comparsa di bande dovute a composti metallici, in particolare le scanalature dell'ossido di titanio. L'intero spettro alla fine si avvicina a quello delle macchie solari.

Guidati da questi principi, distinguiamo otto tipi principali, tra i quali, tuttavia, esiste una serie continua di gradazioni.

TIPO O (TIPO WORR-RAYER) — Lo spettro è costituito da bande luminose su uno sfondo continuo debole; di queste, le più evidenti hanno i loro centri per $\lambda\lambda$ 4633, 4651, 4686, 5693 e 5813. Il tipo è diviso in cinque divisioni, Oa, Ob, Oc, Od e Oe, contrassegnate da intensità e larghezze variabili delle bande. Inoltre, in Od e Oe compaiono righe scure, appartenenti principalmente all'elio e alle serie dell'elio-idrogeno.

TIPO B (TIPO ORIONE) — Questo è spesso chiamato il tipo elio a causa della prominenza delle linee di quell'elemento. Inoltre ci sono alcune righe caratteristiche la cui origine è sconosciuta, così come sia la serie "sharp" che quella di Balmer. Le bande luminose viste nel tipo O non sono più presenti; in effetti, scompaiono già a partire dalla suddivisione Oe5B, che è quindi solitamente considerata il punto di partenza del tipo Orione.

TIPO A (TIPO SIRIANO). — La serie Balmer dell'idrogeno è presente con grande intensità, ed è di gran lunga la caratteristica più evidente dello spettro. Sono presenti altre righe, ma sono relativamente deboli.

⁴Il lavoro pratico di A. Fowler e le ricerche teoriche di N. Bohr lasciano pochi dubbi sul fatto che questo spettro sia dovuto all'elio, nonostante la sua semplice relazione numerica con lo spettro dell'idrogeno.

TIPO F (TIPO CALCIO). — La serie dell'idrogeno è ancora molto evidente, ma non così forte come nel tipo precedente. Le strette righe H e K del calcio sono diventate molto evidenti, e caratterizzano questo spettro.

TIPO G (TIPO SOLARE). — Il Sole può essere considerato una stella tipica di questa classe, avendo fatto la loro comparsa le numerose righe metalliche.

TIPO K. — Lo spettro è in qualche modo simile al precedente. Si distingue principalmente per il fatto che le righe dell'idrogeno, che sono ancora abbastanza forti nelle stelle G, sono ora più deboli di alcune delle righe metalliche.

TIPO M. — Lo spettro è ora caratterizzato dalla comparsa di scanalature, dovute all'ossido di titanio. È notevole che lo spettro sia dominato così completamente da questo elemento. Si riconoscono due stadi successivi, indicati dalle suddivisioni Ma e Mb. Le stelle variabili a lungo periodo, che mostrano righe di idrogeno luminose oltre alle caratteristiche ordinarie del tipo M, formano la classe Md.

TIPO N. — La progressione regolare dei tipi termina con Mb. Non c'è transizione al Tipo N, e la relazione di questo con i tipi precedenti è incerta. È contrassegnato da scanalature caratteristiche attribuite a composti di carbonio. Le stelle di entrambi i tipi M e N hanno un colore fortemente rossastro.

Talvolta è conveniente usare la classificazione piuttosto meno dettagliata di A. Secchi. In senso stretto il suo sistema si riferisce allo spettro visivo, e la notazione di Draper alla fotografia; ma i due possono essere ben armonizzati.

Tipo Secchi	I.	include	Draper	B e A
"	II,	"	"	F, G e K
"	III.	"	"	M
"	IV.	"	"	N

Poiché relativamente poche stelle in qualsiasi catalogo appartengono agli ultimi due tipi, questa classificazione è praticamente una separazione in due gruppi, che sono di dimensioni pressoché uguali. Questa è una divisione molto utile quando il materiale è troppo scarso per consentire una discussione più estesa.

Di tanto in tanto ci sono indicazioni che la classificazione di Draper non è riuscita a separare le stelle in gruppi realmente omogenei. Secondo Sir Norman Lockyer, ci sono stelle di temperatura ascendente e di temperatura discendente praticamente in ogni gruppo; così che, per esempio, le stelle enumerate sotto K sono una miscela di due classi, una in uno stadio molto precoce, l'altra in uno stadio avanzato di evoluzione. Nel caso del tipo B, H. Ludendorff⁵ ha trovato notevoli differenze sistematiche nei moti radiali misurati delle stelle classificate da Lockyer rispettivamente come ascendenti e discendenti (ciò indica tuttavia differenze reali non di moto ma di stato fisico, che hanno introdotto un errore nelle misure spettroscopiche). E. Hertzsprung⁶ ha sottolineato che la presenza o l'assenza del carattere *c* nella classificazione della signorina Maury (cioè, righe di assorbimento nettamente definite) corrisponde a un'importante differenza nelle luminosità intrinseche delle stelle. Finora, tuttavia, è stato consueto accettare la classificazione di Draper come almeno la più completa disponibile per le nostre indagini.

Indice di Colore. — Le stelle possono essere classificate in base al colore come alternativa al tipo spettrale. Entrambi i metodi comportano la divisione delle stelle in base alla natura della luce da esse emessa, e quindi hanno qualcosa in comune. Forse non potremmo aspettarci una corrispondenza molto stretta tra le due classificazioni; poiché, mentre il colore dipende principalmente dallo sfondo continuo dello spettro, il tipo spettrale è determinato dalle righe e dalle bande sottili, che possono avere scarso effetto diretto sul colore. Tuttavia si riscontra

⁵Ludendorff, Astr. Nach., No. 4547.

⁶Hertzsprung, Astr. Nach., No. 4296.

una stretta correlazione tra i due caratteri, dovuta senza dubbio al fatto che entrambi sono intimamente connessi con la temperatura effettiva della stella.

La misura più comoda del colore è data dalla differenza tra la magnitudine fotografica e la magnitudine visiva; questo è chiamato indice di colore. La relazione tra il tipo spettrale e l'indice di colore è mostrata di seguito.

Tipo spettrale	Indice di colore secondo	
		Schwarzschild
	m	m
Bo	-0,31	-0,64
Ao	0,00	-0,32
Fo	+0,32	0,00
Go	+0,71	+0,32
Ko	+1,17	+0,95
M	+1,68	+1,89

I risultati di King⁷ si riferiscono alle scale visiva e fotografica di Harvard; quelli di Schwarzschild⁸ alle misure fotografiche di Gottinga e visive di Potsdam. Tenendo conto della differenza costante, a seconda del tipo particolare di spettro per cui le grandezze fotografica e visiva sono state fatte concordare, le due indagini si confermano tra loro strettamente.

I risultati precedenti sono derivati dalle medie di un numero considerevole di stelle, ma la Tabella può essere applicata a singole stelle con notevole accuratezza. Quindi il tipo spettrale può essere trovato quando è noto l'indice di colore, e viceversa. Almeno nel caso delle stelle di tipo precoce, il tipo spettrale fissa l'indice di colore con un'incertezza media non superiore a $0^m, 1$; per i tipi G e K si trovano deviazioni maggiori, ma la correlazione è ancora molto stretta.

Un altro metodo per classificare le stelle in base al carattere della luce emessa è fornito dalle misure della "lunghezza d'onda effettiva". Se una griglia grossolana, composta da strisce parallele o fili equidistanti, viene posta davanti al vetro obiettivo di un telescopio, le immagini di diffrazione appaiono su entrambi i lati dell'immagine principale. Queste immagini di diffrazione sono strettamente spettri e il punto che un misuratore selezionerebbe come centro dell'immagine dipenderà dalla distribuzione dell'intensità nello spettro. Ogni stella avrà quindi una certa lunghezza d'onda effettiva che sarà un indice del suo colore, o piuttosto dell'apprezzamento del suo colore da parte della lastra fotografica. Per lo stesso telescopio e reticolo l'intervallo tra le due prime immagini difratte è un multiplo costante della lunghezza d'onda effettiva. Il metodo fu utilizzato per la prima volta da K. Schwarzschild nel 1895; e un'importante applicazione fu fatta da Prosper Henry per determinare l'effetto della dispersione atmosferica sui luoghi del pianeta Eros. È stato applicato alla classificazione stellare da H. Hertzsprung⁹.

Parallasse. — Il moto annuale della Terra attorno al Sole provoca un minuscolo cambiamento nella direzione in cui si vede una stella, così che la stella sembra descrivere una piccola ellisse nel cielo. Questo spostamento periodico è sovrapposto al moto proprio uniforme della stella, che è generalmente molto maggiore in quantità; non vi è, tuttavia, alcuna difficoltà nel districare i due tipi di spostamento. Poiché ci interessa solo la direzione della linea congiungente i due corpi, l'effetto del moto della Terra è lo stesso che se la Terra rimanesse ferma e la stella descrivesse un'orbita nello spazio uguale a quella della Terra, ma con lo spostamento invertito, così che la stella nella sua orbita immaginaria è sei mesi avanti alla Terra. Questa orbita è quasi circolare; ma, poiché è generalmente vista sotto un angolo, appare come un'ellisse nel cielo. In ogni caso l'asse maggiore dell'ellisse è uguale al diametro dell'orbita terrestre; e, poiché quest'ultima

⁷King, *Harvardd Annals*, Vol. 59, p. 152.

⁸Schwarzschild, "Aktionometrie", Tail B, p. 19.

⁹Hertzsprung, *Potsdam Publications*, No. 63; *Astr. Nach.*, No. 4362.

lunghezza è nota, una determinazione della sua magnitudine apparente o angolare fornisce un mezzo per calcolare la distanza della stella. La parallasse è definita come l'angolo sotteso da un'unità astronomica (il raggio dell'orbita terrestre) alla distanza della stella, ed è equivalente al semi asse maggiore dell'ellisse che appare descritto dalla stella.

La misura di questa piccola ellisse viene sempre effettuata relativamente ad alcune stelle circostanti, poiché è inutile effettuare determinazioni assolute della direzione con la necessaria accuratezza. La parallasse relativa che si ottiene in questo modo deve essere corretta dalla quantità della parallasse media delle stelle di confronto per ottenere la parallasse assoluta. Questa correzione può essere solo dedotta dalla nostra conoscenza generale delle distanze delle stelle simili in magnitudine e moto proprio alle stelle di confronto; ma poiché potrebbe raramente essere superiore a $0'',01$, questa causa non introduce molta incertezza nel risultato finale.

La parallasse è la più difficile da determinare di tutte le quantità che desideriamo conoscere, e solo per pochissime stelle è stata misurata con un minimo di certezza. Finché non si compirà un grande progresso nei mezzi di misura, tutte le stelle più vicine, tranne poche centinaia, dovranno essere fuori dalla portata del metodo. Ma le osservazioni richieste sono così laboriose che anch'esse occuperanno gli investigatori per molto tempo. In generale, gli elenchi pubblicati di parallassi ne contengono molte che sono estremamente incerte e alcune che sono del tutto spurie. Le indagini statistiche basate su queste sono soggette a essere molto fuorvianti. Tuttavia, si ritiene che, rifiutando senza riserve tutte le determinazioni, tranne quelle del più alto grado di accuratezza, si possano ottenere alcune informazioni importanti e nel capitolo III vengono discussi tali risultati. Inoltre, determinazioni che individualmente non sono di elevata accuratezza possono essere utilizzate per trovare le parallassi medie di stelle di diversi ordini di magnitudine e moto proprio, a condizione che siano sensibilmente esenti da errori sistematici; queste servono almeno a verificare i risultati trovati con metodi meno diretti.

Le misurazioni vengono generalmente effettuate tramite fotografia o visivamente con un eliometro. Il primo metodo sembra ora dare i risultati migliori grazie alla maggiore lunghezza focale degli strumenti disponibili. Ha anche il vantaggio di utilizzare un numero maggiore di stelle di confronto, in modo che vi siano meno possibilità della correzione per ridurre alla parallasse assoluta essendo imprecisa. Alcune prime misure con l'eliometro sono, tuttavia, ancora insuperate. Il cerchio meridiano è pure usato per questo lavoro, e un notevole miglioramento è mostrato nei risultati più recenti di questo metodo; ma pensiamo ancora che le parallassi dei meridiani siano da considerare con sospetto, e abbiamo ritenuto che fosse meglio non usarle affatto nel Capitolo III.

Un'unità di misura conveniente per misurare le distanze stellari è il *parsec*,¹⁰ o distanza che corrisponde a una parallasse di un secondo d'arco. Ciò equivale a 206.000 unità astronomiche o circa 19.000.000.000.000 miglia. La stella fissa più α Centauri, si trova a una distanza di 1,3 parsec. Ci sono forse trenta o quaranta stelle entro una distanza di cinque parsec e, naturalmente, il numero a distanze maggiori aumenterà come il cubo della distanza limite, purché la distribuzione sia uniforme. Ma queste stelle più vicine non sono affatto le più luminose visibili a noi; la gamma di luminosità intrinseca è così grande che la magnitudine apparente è un indizio molto limitato della distanza. Una sfera di raggio trenta parsec conterrebbe probabilmente 6000 stelle; ma le 6000 stelle visibili all'occhio medio sono distribuite in un volume di spazio molto più grande. Sembra infatti che alcune delle stelle visibili a occhio nudo siano situate nelle parti più remote del sistema stellare.

¹⁰Il *parsec*, un nome macedonia suggerito da H. H. Turner, sarà utilizzato in tutto il libro. Tuttavia, sono state impiegate diverse unità di distanza stellare dagli investigatori. La *Sternweite* di Kobold è identica al parsec. La *Siriusweite* di Seeliger corrisponde a una parallasse $0'',2$ e il *Siriometro* di Charlier a un milione di unità astronomiche o parallasse $0'',206$. L'anno luce che, nonostante il suo inconveniente e la sua irrilevanza, è talvolta passato dall'uso popolare alle indagini tecniche, è pari a 0,31 parsec.

Una determinazione della parallasse può essere considerata di prima classe se il suo errore probabile è basso quanto $0'',01$. Se, ad esempio, la parallasse misurata è $0'',05 \pm 0'',01$, è anche probabile che il valore vero si trovi tra $0'',06$ e $0'',04$, e che non dovremmo riporre molta fiducia in limiti più vicini di $0'',07$ e $0'',03$. Ciò equivale a dire che la stella è distante da noi qualcosa tra quattordici e trentatré parsec. Si vedrà che, quando la parallasse è bassa quanto $0'',05$, anche le migliori misure danno solo un'idea molto approssimativa della distanza della stella, e per valori più piccoli l'informazione diventa ancora più vaga. Chiaramente, per avere valore una parallasse deve essere almeno $0'',05$. Si può stimare che non ci siano più di 2000 stelle così vicine come questa, e una percentuale molto grande di queste sarà più debole della decima magnitudine. È probabile che, su cinque tavole della Carta del Cielo internazionale prese a caso, solo una sarà abbastanza fortunata da fornire una parallasse utile, e anche in questo caso si tratterà probabilmente di una stella molto poco appariscente, che sfuggirebbe a qualsiasi ricerca che non sia la più approfondita. La prospettiva di una così schiacciante proporzione di risultati negativi suggerisce che, per il momento in ogni caso, il lavoro può essere svolto in modo più utile su oggetti speciali per i quali un moto proprio eccezionalmente grande consente un'aspettativa *a priori* di una parallasse ragionevole. Una stella di parallasse $0'',05$ può essere prevista avere un moto proprio di $20''$ per secolo o più, e questo sembra essere un limite ragionevole per operare verso il basso.

In genere si ammetterà che un'estensione molto preziosa della nostra conoscenza risulterà da misure precise delle distanze del maggior numero possibile di stelle singole che rientrano nell'intervallo sopra menzionato. Ma molti ricercatori hanno anche cercato di determinare le parallasse medie di stelle di diverse magnitudini o moti. Quando le distanze individuali sono troppo incerte, le medie di un gran numero possono ancora avere un certo significato. Mentre alcuni risultati utili possono essere e sono stati ottenuti da questo tipo di ricerca, le sue possibilità sembrano essere molto limitate. In generale, questa classe di determinazione richiede una raffinatezza ancora maggiore della misura delle singole parallasse; accuratezza che è ancora difficilmente raggiungibile. Ad esempio, la parallasse media delle stelle di sesta magnitudine è $0'',014$ (forse una stima piuttosto alta); quella delle stelle di confronto sarebbe probabilmente circa la metà, così che la parallasse relativa effettivamente misurata sarebbe $0'',007$. I possibili errori sistematici dipendenti dalla magnitudine e dal colore (il colore medio della sesta magnitudine è forse diverso da quello della nona) rendono il problema di determinare questa differenza molto più difficile di quello di misurare la parallasse di una singola stella. Significa guadagnare quasi un'altra cifra decimale oltre il punto finora raggiunto. Non c'è bisogno di soffermarsi sull'enorme lavoro di osservare le stelle di magnitudine cinquanta o centoseiesima necessarie per ottenere questa media con ragionevole accuratezza; si potrebbe ben pensare che ne valga la pena; ma non vi è alcuna prova che gli errori sistematici siano stati finora ridotti a $0'',001$ anche nei lavori migliori, e in effetti ciò sembra quasi inconcepibile.

Da queste considerazioni sembra che le determinazioni della parallasse debbano essere dirette verso:

- (1) Stelle individuali con moti propri superiori a $20''$ al secolo. Ciò produrrà molti risultati negativi, ma una buona percentuale di successi.
- (2) Classi di stelle con moti propri inferiori a $20''$, ma comunque molto al di sopra della media. Queste parallasse dovranno essere trovate individualmente, ma per la maggior parte solo il risultato medio per una classe sarà utile.
- (3) Una possibile estensione a classi di stelle non distinte da un grande moto proprio, a condizione che ci si renda conto che è richiesto uno standard molto più elevato per questo lavoro e che può essere garantita una libertà da errore sistematico uguale a $0'',001$.

Moto proprio. Per l'indagine stellare i moti propri, cioè, i moti angolari apparenti delle stelle, costituiscono il materiale più prezioso. Per ampliare la nostra conoscenza di magnitudini, parallasse, velocità radiali e classificazione spettrale, alla fine dovremo dipendere da attrezzature

e metodi di osservazione migliorati; ma il semplice trascorrere del tempo consente ai moti propri di essere conosciuti con sempre maggiore accuratezza, e l'unico limite alla nostra conoscenza è il lavoro che può essere dedicato, e il numero di secoli che siamo disposti ad aspettare.

I moti propri delle stelle differiscono notevolmente in quantità, ma in generale il moto di qualsiasi stella ragionevolmente luminosa (cioè, più luminosa di $7^m, 0$) è abbastanza grande da essere rilevato nel tempo in cui si sono già accumulate le osservazioni. Mentre è piuttosto un'eccezione che una stella abbia una parallasse misurabile, è eccezionale che il moto proprio sia insensibile. Può essere utile dare un'idea della certezza e dell'affidabilità dei moti propri nell'uso ordinario, anche se i numeri sono necessariamente solo approssimativi. Quando l'errore probabile è di circa $1''$ per secolo in entrambe le coordinate, il moto può essere considerato determinato in modo abbastanza soddisfacente; i cataloghi Groombridge e Carrington, ampiamente utilizzati nelle indagini statistiche, sono di circa questo ordine di precisione. Uno standard più elevato — errore probabile di circa $0'', 6$ per secolo — è raggiunto nel "Preliminary General Catalogue di 6188 Stelle", che è di gran lunga la migliore fonte di moti propri attualmente disponibile. Per alcune delle stelle fondamentali osservate regolarmente in un gran numero di luoghi nel corso dell'ultimo secolo, l'errore accidentale è pari a soli $0'', 2$ per secolo; ma gli inevitabili errori sistematici potrebbero benissimo rendere l'errore reale leggermente più grande. Diverse sorgenti di errore sistematico più grande, in particolare le incertezze nella costante di precessione e nel moto dell'equinozio, possono rendere i moti di qualsiasi regione del cielo in errore fino a $0'', 5$ per secolo; è improbabile che l'errore sistematico dei migliori moti possa essere maggiore di questo, tranne che in una o due regioni speciali di declinazione meridionale, dove esiste un'incertezza eccezionale.

Possiamo quindi considerare i moti propri utilizzati nelle ricerche statistiche come noti con un errore probabile non superiore a $1''$ per secolo in ascensione retta e declinazione. Approssimativamente parlando, un moto medio è da $3''$ a $7''$ per secolo. Un moto centenario di oltre $20''$ è considerato grande, sebbene ci sono alcune stelle che superano questa velocità. Il più veloce di tutti è C.Z. 5^h 243, una stella di nona magnitudine trovata da J.C. Kapteyn e R.T.A. Innes sulle lastre del Cape Photographic Durchmusterung, che si muove alla velocità di $870''$ al secolo. Questa velocità la porterebbe su un arco pari alla lunghezza della cintura di Orione in poco più di mille anni. La Tabella 1 mostra le stelle attualmente note la cui velocità secolare supera i $300''$. Il numero di stelle deboli in questa lista è davvero impressionante; e poiché le nostre informazioni si fermano praticamente alla nona magnitudine, si può supporre che ci siano diverse stelle ancora più deboli da individuare.

Tabella I

Stelle con grande moto proprio

Nome	A.R. 1900		Dec. 1900	Moto proprio annuo	Magnitudine
	h.	m.	°	"	
C.Z. 5 ^h 243	5	8	-45.0	8.70	8.3
Groombridge 1830	11	47	+38.4	7.07	6.5
Lacaille 9352	22	59	-36.4	7.02	7.4
Cordoba 32416	0	0	-37.8	6.07	8.5
61 ¹ Cygni	21	2	+38.3	5.25	5.6
Lalonde 21185	10	58	+36.6	4.77	7.6
ε Indi	21	56	-57.2	4.67	4.7
Lalonde 21258	11	0	+44.0	4.46	8.9
ο ² Eridani	4	11	-7.8	4.08	4.5
O.A. (s) 14318	15	5	-16.0	3.76	9.6
O.A. (s) 14320	15	5	-15.9	3.76	9.2
μ Cassiopeiae	1	2	+54.4	5.75	5.3
α ¹ Centauri	14	33	-60.4	3.66	0.3
Lacaille 8760	21	11	-39.2	3.53	7.3
ε Eridani	3	16	-43.4	3.15	4.3
O.A. (N.) 11677	11	15	+66.4	3.08	9.2

Si sa relativamente poco dei moti delle stelle più deboli della nona magnitudine. I moti propri di Carrington, discussi da F. W. Dyson, ci portano fino a 10^m , 3 per la regione entro 9° dal Polo Nord. Un certo numero di moti propri più grandi di stelle deboli nella zona di Oxford della Carte du Ciel sono stati pubblicati da H. H. Turner e F. A. Bellamy¹¹. Inoltre, con la riduzione delle misure micrometriche, G. C. Comstock¹² ha ottenuto un numero di moti propri che si estendono anche alla tredicesima magnitudine. Non ci si può aspettare alcuna difficoltà nell'assicurare dati per stelle deboli; ma il lavoro è stato intrapreso relativamente di recente, e l'essenziale è il trascorrere di un tempo sufficiente.

Velocità radiale. — La velocità nella linea visuale viene misurata per mezzo di uno spettroscopio. In conformità con il principio di Doppler, le linee nello spettro di una stella vengono spostate verso il rosso o il violetto (relativamente a uno spettro di confronto terrestre) a seconda che la stella si allontani o si avvicini alla Terra. A differenza del moto proprio, il moto radiale si trova direttamente in chilometri al secondo, così che la velocità lineare effettiva, non mescolata con l'elemento dubbio della distanza, è nota. Finora è stato a malapena possibile misurare le velocità di stelle più deboli della quinta magnitudine, ma questa limitazione sta ora venendo rimossa. La difficoltà principale per quanto riguarda l'uso dei risultati è la grande proporzione di stelle binarie spettroscopiche, circa una su tre o quattro del numero totale osservato. Poiché il moto orbitale è spesso molto più grande della vera velocità radiale, è essenziale lasciare trascorrere un tempo sufficiente per rilevare qualsiasi variazione nel moto, prima di supporre che le misure forniscano il vero moto secolare, di cui siamo alla ricerca. Un'altra incertezza deriva da possibili errori sistematici che interessano tutte le stelle appartenenti a un particolare tipo di spettro. C'è motivo di credere che la velocità di recessione misurata delle stelle di tipo B sia sistematicamente di 5 km al secondo troppo grande¹³. Ciò potrebbe essere dovuto a errori nelle lunghezze d'onda standard impiegate, o a uno spostamento di pressione delle righe nelle

¹¹ *Monthly Notices*, Vol. 74, p. 26.

¹² Comstock, *Pub. Washburn Observatory*, Vol. 12, Pt. 1.

¹³ Campbell, *Lick Bulletin*, No. 195, p. 104.

condizioni fisiche prevalenti in questo tipo di stella. Errori più piccoli influenzano le stelle di altri tipi.

A parte il possibile errore sistematico, in queste osservazioni è stata raggiunta una notevole accuratezza. Per una stella con righe spettrali nette, un probabile errore inferiore a $0,25 \text{ km/s}$ è ampiamente alla portata. Le stelle di tipo B e A hanno righe più diffuse e i risultati non sono così buoni; ma l'accuratezza anche in questi casi è ben oltre i requisiti della statistica. Le velocità osservate vanno fino a oltre cento km al secondo, ma velocità superiori a sessanta km al secondo non sono molto comuni. La velocità più elevata finora misurata è quella di Lalande 1966, 325 km/s . La velocità successiva più elevata è C.Z.5^h 243, già menzionata come avente il più grande moto apparente attraverso il cielo; si osserva che si allontana alla velocità di 242 km/s , o 225 km/s se teniamo conto del moto proprio del Sole. Poiché queste cifre si riferiscono a una sola componente del moto, le velocità totali delle stelle sono talvolta considerevolmente maggiori.

Sono stati pubblicati i moti radiali di circa 1400 stelle, la maggior parte delle osservazioni è stata fatta al Lick Observatory. La maggior parte di questo materiale è diventato accessibile agli astronomi solo nel 1918, e non c'è ancora stato il tempo di sfruttare appieno i nuovi dati.

Ci sono alcuni sistemi che possono essere osservati sia come binarie visuali che spettroscopiche. In tali casi è possibile dedurre la distanza della stella con un metodo del tutto indipendente dalle consuete determinazioni di parallasse. Dalle osservazioni visuali, si possono trovare il periodo e gli altri elementi dell'orbita. Le dimensioni, tuttavia, sono tutte espresse in arco, cioè, in misura lineare divisa per la distanza sconosciuta della stella. Da questi elementi possiamo calcolare per qualsiasi data la velocità relativa lungo la linea visuale dei due componenti; ma questa sarà anche espressa come una velocità lineare divisa per la distanza sconosciuta. Confrontando questo risultato con la stessa velocità relativa misurata spettrograficamente, e quindi direttamente in misura lineare, si può ricavare la distanza del sistema. Questo metodo ha un'applicazione molto limitata; ma nel caso di α Centauri ha dato una conferma molto preziosa della parallasse determinata nel modo ordinario. Aumenta la nostra fiducia che il metodo usuale di misurazione delle distanze stellari sia valido.

Massa e densità. — La conoscenza delle masse e delle densità delle stelle deriva interamente da sistemi binari. Le fonti di informazione sono di tre tipi:

- (1) Da binarie visuali.
- (2) Da binarie spettroscopiche ordinarie.
- (3) Da variabili a eclissi.

La massa combinata delle due componenti di un sistema binario può essere trovata dalla lunghezza del semiasse maggiore dell'orbita a e dal periodo P mediante la formula

$$m_1 + m_2 = \frac{a^3}{P^2}$$

Qui le masse sono espresse in termini di massa del Sole come unità, e l'unità astronomica e l'anno sono presi come unità di lunghezza e tempo.

In un'orbita visuale ben osservata, tutti gli elementi sono noti (tranne un'ambiguità di segno dell'inclinazione), ma l'asse maggiore è espresso in arco. Questo può essere convertito in misura lineare, se è stata determinata la parallasse; e quindi $m_1 + m_2$ può essere trovato. Quando, oltre all'orbita relativa, è stata trovata un'orbita assoluta approssimativa di uno dei componenti, tramite osservazioni meridiane o in altro modo, il rapporto m_1/m_2 è determinabile, e m_1 e m_2 sono dedotte separatamente. A causa della difficoltà di determinare le parallassi, i casi di una soluzione completa di questo tipo sono rari. Sono, tuttavia, sufficienti per indicare il fatto che l'intervallo nelle masse delle stelle non è affatto proporzionale all'enorme intervallo nelle loro luminosità.

Tabella II

Masse stellari ben determinate

Stella	Sistema combinato				Componente più luminosa	
	Massa (Sole = 1)	Periodo (anni)	α	Parallasse	Luminosità (sole = 1)	Tipo spettrale
ζ Herculis	1.8	34.5	1.35	0.14	5.0	G
Procyon	1.3	39.0	4.05	0.32	9.7	F5
Sirio	3.4	48.8	7.59	0.38	48.0	A
α Centauri	1.9	81.2	17.71	0.76	2.0	G
70 Ophiuchi	2.5	88.4	4.55	0.17	1.1	K
σ^2 Eridani	0.7	180.0	4.79	0.17	0.84	G
η Cassiopeae ¹⁴	1.0	328.0	9.48	0.20	1.4	F5

La Tabella 2 contiene tutti i sistemi, le cui masse possono essere accertate con ragionevole accuratezza, cioè, sistemi per i quali sono state pubblicate buone orbite¹⁵ e buone misure di parallasse¹⁶. Forse alcune delle orbite più dubbie sarebbero state abbastanza buone per lo scopo, ma dubito che l'elenco potrebbe essere molto esteso senza abbassare lo standard.

Un altro fatto che emerge è che il rapporto delle masse dei due componenti di una binaria non è generalmente lontano dall'uguaglianza, nonostante le notevoli differenze nella luminosità. Così Lewis Boss¹⁷ in dieci sistemi ha scoperto che il rapporto tra la massa della stella debole e quella della stella più luminosa variava da 0,33 a 1,1,¹⁸ con una media di 0.71. Il risultato è confermato dalle osservazioni di tali binarie spettroscopiche che mostrano le linee di entrambi i componenti, sebbene in questo caso la disparità di luminosità non possa essere così grande.

Anche quando la parallasse non è nota, si possono ottenere informazioni importanti sulla densità. Si consideri per semplicità un sistema in cui un componente ha massa trascurabile; l'applicazione al caso più generale richiede solo lievi modifiche, a condizione che m_1/m_2 sia noto o si possa supporre che abbia il suo valore medio.

Sia

d	la distanza della stella
b	il suo raggio
S	la sua luminosità superficiale
L, l	la sua luminosità intrinseca e apparente
M	la sua massa
ρ	la sua densità
γ	la costante gravitazionale

Allora

$$M = \frac{4\pi^2}{\gamma} \frac{a^3}{P^2} \quad l = \frac{L}{d^2} \quad L = \pi b^2 S \quad M = \frac{4}{3} \pi \rho b^3$$

Da queste

$$\rho = S^{\frac{3}{2}} \times \frac{3\pi}{\gamma} \left(\frac{a}{d}\right)^3 \cdot \frac{1}{P^2} \left(\frac{\pi}{l}\right)^{\frac{3}{2}}$$

¹⁴Un'altra orbita pubblicata $P = 508^{anni}$ $a = 12,2''$ fornisce la massa = 0.9. La grande incertezza dell'orbita sembra avere scarso effetto sul risultato.

¹⁵Aitken, *Lick Bulletin*, No. 84.

¹⁶Kapteyn e Weersma, *Groningen Publications*, No. 24.

¹⁷Boss, *Preliminary General Catalogue of 6188 Stars*, Introduction, p. 23.

¹⁸Escludendo un risultato veramente dubbio..

$\frac{a}{d}$ è il semiasse dell'orbita in arco, e l e P sono quantità osservate; di conseguenza il coefficiente di $S^{\frac{3}{2}}$ è noto. Abbiamo quindi un'espressione per la densità in termini di luminosità superficiale e possiamo almeno confrontare le densità di quelle stelle che, in base alle prove spettroscopiche, si può presumere abbiano condizioni superficiali simili.

Si è scoperto che la densità ha un ampio intervallo, molte delle stelle sono apparentemente in uno stato molto diffuso con densità forse non maggiori di quella dell'aria atmosferica.

Le binarie spettroscopiche forniscono anche alcune informazioni sulle masse delle stelle. La formula $(m_1 + m_2) = \frac{a^3}{P^2}$ è applicabile e, poiché a si trova ora in misura lineare, non è necessario conoscere la parallasse. La quantità dedotta dalle osservazioni è, tuttavia, in questo caso $a \sin i$, dove i è l'inclinazione del piano dell'orbita. L'inclinazione rimane sconosciuta, eccetto quando la stella è una variabile eclissante¹⁹ o nel raro caso in cui il sistema è allo stesso tempo una binaria visuale e spettroscopica. Per scopi statistici, come il confronto delle masse di diversi tipi di stelle, possiamo supporre che nella media di un numero sufficiente di casi i piani delle orbite saranno distribuiti in modo casuale e possiamo adottare un valore medio per $\sin i$. Quindi dalle binarie spettroscopiche si possono trovare le masse medie delle classi, ma non delle singole stelle.

Nel caso di stelle variabili a eclissi, le densità delle due componenti possono essere dedotte interamente dalla curva di luce della stella. Sebbene si tratti necessariamente di sistemi binari spettroscopici, le osservazioni della velocità radiale non sono necessarie e non vengono utilizzate nei risultati. La procedura effettiva, che si deve a H. N. Russell e H. Shapley²⁰, è troppo complicata per essere descritta in dettaglio qui, poiché riguarda solo incidentalmente il nostro argomento; ma il principio generale può essere brevemente indicato. Sarà facile comprendere che la durata proporzionale dell'eclissi e altre caratteristiche della curva di luce non dipendono dalle dimensioni assolute del sistema, ma dal rapporto delle tre quantità lineari coinvolte, vale a dire, i diametri delle due stelle e la distanza tra i loro centri. Per considerazioni strettamente geometriche, quindi, troviamo i raggi r_1, r_2 , delle stelle espressi in termini del semiasse sconosciuto dell'orbita a come unità. Ora, la relazione tra la massa e la densità di una stella coinvolge il cubo del raggio, e la relazione dinamica tra la massa e il periodo coinvolge il cubo di a . Quindi, le masse assolute e l'unità sconosciuta a scompaiono simultaneamente, e ci rimane la densità espressa in termini di periodo e i rapporti noti $\frac{r_1}{a}, \frac{r_2}{a}$. La chiave per la soluzione è che in unità astronomiche le *Dimensioni* della densità sono $(tempo)^{-2}$; la densità dipende quindi dal periodo e dai rapporti, ma non dai valori assoluti, delle altre costanti del sistema.

Le densità trovate in questo modo non sono determinate in modo del tutto rigoroso. È necessario assumere un valore del rapporto delle masse delle due stelle; come già spiegato, questo rapporto non differisce molto dall'unità, ma in casi estremi i risultati possono avere fino al cinquanta per cento di errore per questo motivo. Inoltre, l'oscuramento al lembo della stella ha un certo effetto sulla misura, e la legge assunta dell'oscuramento è ipotetica. Assumendo diverse ipotesi, tra le quali la verità è destinata a trovarsi, si può dimostrare che queste incertezze non ammontano a nulla di importante, quando si considera la grande gamma di densità stellari che si riscontra effettivamente.

Possiamo concludere questo resoconto della natura delle osservazioni, su cui si basa la nostra conoscenza dell'universo stellare, con un riferimento al "Piano delle aree selezionate" di J. C. Kapteyn²¹. Quando lo studio delle stelle era limitato principalmente a quelle più luminose della settima magnitudine, e di nuovo quando fu esteso fino alla nona o alla decima, un'indagine completa di tutte le stelle non era un obiettivo impossibile, e in effetti tutti i dati ottenibili potevano essere utilizzati. Ma ora le indagini vengono spinte verso la quindicesima e persino verso magnitudini inferiori. Queste stelle più deboli sono così numerose che è impossibile e inutile farne una selezione. Poiché i diversi tipi di osservazione per parallasse, moto proprio,

¹⁹In questo caso è evidente che i deve essere quasi 90° e di conseguenza $\sin i$ può essere considerato come l'unità.

²⁰Russell e Shapley, *Astrophysical Journal*, Vol. 35, p. 315 e seg.

²¹Kapteyn, "Plan of Selected Areas"; ditto, "First and Second Reports; *Monthly Notices*, Vol. 74, p. 348..

magnitudine, tipo spettrale e velocità radiale sono altamente specializzati e solitamente eseguiti in osservatori diversi, è necessaria una certa cooperazione affinché, per quanto possibile, le osservazioni possano essere concentrate sugli stessi gruppi di stelle. Il piano di Kapteyn di dedicare attenzione a 206 aree selezionate, distribuite in tutto il cielo, in modo da coprire tutte le varietà di distribuzione stellare, ha incontrato un sostegno molto generale. Le aree hanno i loro centri sui o vicino ai cerchi di declinazione, 0° , $\pm 15^\circ$, $\pm 30^\circ$, $\pm 45^\circ$, $\pm 60^\circ$, $\pm 75^\circ$, $\pm 90^\circ$. I centri esatti sono stati scelti tenendo conto di varie considerazioni pratiche; ma la distribuzione è pressoché uniforme. Oltre al "Piano" principale, sono state scelte 46 aree nella Via Lattea, tipiche delle sue principali varietà di struttura. L'area vera e propria consiste in un quadrato di $75' \times 75'$, o in alternativa un cerchio di $42'$ di raggio; ma le dimensioni possono essere estese o diminuite per indagini su dati particolari.

L'intero schema di lavoro comprende nove suddivisioni principali: (1) Sondaggio delle aree. (2) Magnitudini fotografiche standard. (3) Magnitudini visuali e fotovisuali. (4) Parallassi. (5) Moti propri differenziali. (6) Moti propri standard. (7) Spettri. (8) Velocità radiali. (9) Intensità dello sfondo del cielo. Il sondaggio è assai avanzato; includerà tutte le stelle fino a 17^m , le posizioni sono fornite con un errore probabile di circa $1''$ in ogni coordinata e le magnitudini (differenziali per quanto riguarda questa parte del lavoro) con un errore probabile di $0^m, 1$. Sono stati fatti notevoli progressi con la determinazione delle sequenze di magnitudini fotografiche standard per ogni area. Il lavoro di misura delle magnitudini visive è stato in parte compiuto per le zone settentrionali. Per le parallassi, la maggior parte delle aree è stata suddivisa tra diversi Osservatori; il progresso maggiore è stato fatto al Cape Observatory per il cielo australe, ma le lastre non sono ancora state misurate. Da quanto già affermato in merito alle possibilità pratiche delle misure di parallasse, si vedrà che vi è qualche dubbio circa l'utilità di questa parte del Piano. Per i moti propri delle stelle deboli, il lavoro è stato necessariamente limitato principalmente all'ottenimento di lastre per l'epoca iniziale. Al Radcliffe Observatory, 150 lastre sono state conservate non sviluppate, pronte per una seconda esposizione dopo un intervallo adeguato, ma nella maggior parte dei casi si intende fare affidamento sulle lastre di parallasse per fornire le posizioni iniziali. Per i moti propri standard nel cielo settentrionale, le osservazioni inizieranno a breve a Bonn; queste serviranno per il confronto con i cataloghi più vecchi, ma possono anche essere considerate osservazioni iniziali per determinazioni più accurate in futuro. Le determinazioni del tipo spettrale fino alla nona magnitudine, effettuate ad Harvard, saranno presto disponibili per queste aree e, in pratica, per l'intero cielo. L'estensione all'undicesima magnitudine è molto auspicabile, ed è uno dei problemi più urgenti dell'intero Piano. Le misure della velocità radiale sono state spinte fino a $8^m, 0$ al Monte Wilson, ma non ci si aspettano rapidi progressi fino al completamento del riflettore da 100 pollici. Un'aggiunta preziosa, sebbene non ufficiale, al programma è il sondaggio di H. E. A. Fath di tutte le nebulose nelle aree dal Polo Nord alla declinazione -15° ²².

²²Fath, *Astronomical Journal*, Nos. 658-9.

2 SCHEMA GENERALE

Questo capitolo sarà dedicato alla descrizione generale dell'universo siderale così come rivelato dalle moderne ricerche. Le prove per le affermazioni ora fatte appariranno gradualmente nella parte successiva del libro, e saranno completati i dettagli minori. Ma sembra necessario presumere una conoscenza generale dell'intero campo della conoscenza prima di iniziare una qualsiasi linea di indagine dettagliata. A prima vista potrebbe sembrare possibile dividere l'argomento in compartimenti (la distribuzione delle stelle nello spazio, la loro luminosità, i loro moti e le caratteristiche dei diversi tipi spettrali), ma non è possibile perseguire questi diversi rami di ricerca in modo indipendente. Ogni modalità di indagine porta, di norma, a risultati in cui tutte queste questioni sono coinvolte insieme, e nessuna indagine può essere elaborata fino a una conclusione senza un frequente riferimento a indagini parallele. Abbiamo quindi adottato l'insolita modalità di collocare ciò che può essere considerato un riassunto in anticipo nel libro.

Nel presentare un riassunto, possiamo rivendicare il privilegio di trascurare molte difficoltà e incertezze imbarazzanti che sorgono, promettendo di affrontarle equamente in seguito. Possiamo tralasciare spiegazioni alternative, che per il momento sono in disgrazia; sebbene debbano essere mantenute vive, perché in qualsiasi momento potrebbero essere scoperti nuovi fatti, che potrebbero farcele riconsiderare. Una sintesi scarna, priva di dettagli, non deve essere considerata una presentazione adeguata delle nostre conoscenze e, in particolare, non riesce a trasmettere la reale complessità dei fenomeni discussi. Soprattutto, ricordiamo che il nostro scopo nel costruire un'idea coerente dell'universo a partire dai fatti dell'osservazione non è quello di affermare come verità inalterabile le opinioni a cui giungiamo, ma, per mezzo di ipotesi di lavoro, di aiutare la mente a cogliere le interrelazioni dei fatti e di preparare la strada per un ulteriore progresso.

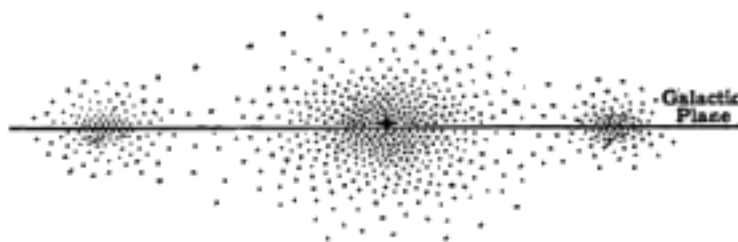


Fig.1 - Ipotetica sezione del Sistema Stellare

Quando guardiamo indietro alle numerose trasformazioni che le teorie in tutti i settori della scienza hanno subito in passato, non saremo così avventati da supporre che il mistero dell'universo siderale abbia ceduto quasi al primo attacco. Ma come ogni rivoluzione del pensiero ha contenuto un nucleo di verità sopravvissuta, così possiamo sperare che la nostra attuale rappresentazione dell'universo contenga qualcosa che durerà, nonostante la sua espressione difettosa.

Si ritiene che la grande massa delle stelle di cui ci occupiamo in queste ricerche sia disposta sotto forma di un sistema a forma di lente o di panino. Ciò significa che il sistema è considerevolmente appiattito verso un piano. Un'idea generale della disposizione è data nella Fig. 1, dove la chiazza centrale rappresenta il sistema a cui ci stiamo riferendo ora. In questa aggregazione il Sole occupa una posizione abbastanza centrale, indicata da +. Il piano mediano della lente è lo stesso piano tracciato nel cielo dalla Via Lattea, quindi, quando guardiamo in una qualsiasi direzione lungo il piano galattico (come viene chiamato il piano della Via Lattea), stiamo guardando verso il perimetro della lente dove il confine è più remoto. Ad angolo retto rispetto a questo,

cioè, verso i poli galattici nord e sud, il confine è più vicino a noi; così vicino, in effetti, che i nostri telescopi possono penetrarne i limiti. La posizione effettiva del Sole è un po' a nord del piano mediano; ci sono poche prove sulla sua posizione rispetto al perimetro della lente; tutto ciò che possiamo dire è che non è marcatamente eccentrico.

Lo spessore del sistema, sebbene enorme rispetto alle unità ordinarie, non è incommensurabilmente grande. Non si può specificare una distanza definita, perché è improbabile che ci sia un confine netto; c'è solo un graduale assottigliamento delle stelle. I fatti potrebbero forse essere meglio espressi dicendo che le superfici di uguale densità assomigliano a sferoidi oblati. Per dare un'idea generale della scala del sistema, si può affermare che nelle direzioni verso i poli galattici la densità continua praticamente in modo uniforme fino a una distanza di circa 100 parsec; dopo di che la riduzione diventa evidente, così che a 300 parsec è solo una frazione (forse un quinto) della densità vicino al Sole. L'estensione nel piano galattico è almeno tre volte maggiore. Queste cifre sono soggette a grandi incertezze.

Sembra che vicino al Sole le stelle siano sparse in modo abbastanza uniforme; qualsiasi irregolarità è su piccola scala e può essere trascurata quando si considera l'architettura generale del sistema stellare. Ma nelle parti più remote della lente, o più probabilmente appena oltre, si trova il grande ammasso o serie di nubi stellari che costituiscono la Via Lattea. Nella Fig. 1 ciò è indicato (in sezione) dai gruppi di stelle all'estrema sinistra e destra. Queste nubi di stelle formano una cintura che si estende completamente attorno al sistema principale appiattito, una serie di agglomerati irregolari di stelle di meravigliosa ricchezza, diverse nella forma e nel raggruppamento, ma che si mantengono vicine al piano fondamentale. È importante distinguere chiaramente le due proprietà del piano galattico, perché a volte sono state confuse. In primo luogo, è il piano mediano della disposizione a forma di panino delle stelle più vicine e, in secondo luogo, è il piano in cui sono avvolte le nubi stellari della Via Lattea.

Non tutte le stelle sono ugualmente condensate sul piano galattico. In generale, le stelle di tipo iniziale vi si raccolgono intensamente, mentre quelle di tipo successivo sono distribuite in una forma molto meno appiattita, o addirittura praticamente globulare. Il risultato medio è un sistema decisamente oblatato; ma se, ad esempio, consideriamo separatamente le stelle di tipo M, molte delle quali si trovano a grande distanza da noi, sembrano formare un sistema quasi sferico.

Nella Via Lattea si trovano vaste distese di materia assorbente, che elimina la luce delle stelle retrostanti. Sono della stessa natura della nebulosa irregolare estesa, che è anche generalmente associata alla Via Lattea. Le chiazze scure assorbenti e la nebulosa debolmente luminosa sfumano l'una nell'altra insensibilmente, così che potremmo avere una regione scura con un bordo debolmente luminoso. Che il materiale sia debolmente luminoso o meno, esercita lo stesso effetto nell'oscurare o nascondere i corpi dietro di esso. Probabilmente c'è un po' di questa sostanza assorbente anche entro i limiti dell'aggregazione centrale. Oltre a queste regioni particolarmente opache, è probabile che particelle fini possano essere diffuse generalmente attraverso lo spazio interstellare, il che avrebbe l'effetto di oscurare la luce delle stelle più distanti; ma, per quanto si può accertare, questa "nebbia" non è sufficiente a produrre alcun effetto importante, e di solito la trascureremo nelle indagini seguenti.

Nello studio dei moti delle stelle abbandoniamo necessariamente le parti più remote dello spazio, limitando l'attenzione principalmente al sistema a forma di lente e forse solo alle sue parti più interne, dove i moti angolari apparenti sono apprezzabili. Le ricerche sui moti radiali non devono essere così limitate, perché in esse la quantità da misurare è indipendente dalla distanza delle stelle; ma anche qui le parti più vicine del sistema sono avvantaggiate, perché le osservazioni sono limitate alle stelle luminose. Sebbene così ristretta, la nostra sfera di conoscenza è tuttavia abbastanza ampia da abbracciare alcune centinaia di migliaia di stelle (considerate attraverso campioni rappresentativi); i risultati che vengono dedotti avranno un'importanza più che locale.

Il risultato notevole sembra essere che all'interno del sistema interno le stelle si muovono preferibilmente in due direzioni opposte nel piano galattico. Ci sono due direzioni di moto favorite;

ed è come se due grandi aggregati di stelle di origine più o meno indipendente stessero passando l'uno attraverso l'altro, e così per il momento fossero mescolati. È vero che un'interpretazione così diretta sembra essere in contrasto con il piano di un singolo sistema oblato, che è stato appena abbozzato. Varie alternative saranno prese in considerazione più avanti; nel frattempo è sufficiente notare che la difficoltà esiste. Ma, qualunque possa essere la causa fisica, non c'è dubbio che una linea nel piano galattico sia individuata, e le stelle tendono a muoversi avanti e indietro lungo di essa preferendola a qualsiasi direzione trasversale. Troveremo conveniente distinguere i due flussi di stelle, che si muovono in direzioni opposte lungo la linea, riservando il giudizio sul fatto che siano realmente due sistemi indipendenti o se ci sia qualche altra origine per questo curioso fenomeno. I nomi assegnati sono

Flusso I. in moto verso A.R. 94° , Dec. $+12^\circ$

Flusso II. in moto verso A.R. 274° , Dec. -12°

Il moto relativo di un flusso rispetto all'altro è di circa 40 km/s .

Il Sole stesso ha un moto individuale rispetto alla media di tutte le stelle. La sua velocità è di 20 km/s diretta verso il punto A.R. 270° Dec. $+35^\circ$. I moti stellari che vengono osservati direttamente sono riferiti al Sole come standard e sono di conseguenza influenzati dal suo moto. Ciò comporta una notevole alterazione nelle direzioni apparenti dei due flussi; quindi troviamo

Flusso I. in moto verso A.R. 91° , Dec. -12°
 Flusso II. in moto verso A.R. 288° , Dec. -64° rispetto al Sole

e inoltre la velocità del primo flusso è circa 1,8 volte quella del secondo (probabilmente 34 e 19 km/s rispettivamente). Il flusso I è talvolta quindi indicato come il flusso che si muove rapidamente, e il flusso II come quello che si muove lentamente; ma bisogna ricordare che questa descrizione si riferisce solo al moto relativo al Sole. Le stelle che costituiscono i flussi hanno, oltre al moto del flusso, dei moti individuali propri; ma il moto del flusso domina sufficientemente su questi moti casuali da causare un marcato accordo generale di direzione.

Il flusso I contiene più stelle del flusso II nel rapporto 3:2. Sebbene questo rapporto vari irregolarmente in diverse parti del cielo, la mescolanza è ovunque abbastanza completa. Inoltre, non c'è una differenza apprezzabile nelle distanze medie delle stelle dei due flussi. Non si tratta di un gruppo di stelle più vicine che si muovono in una direzione attraverso uno sfondo di stelle che si muovono nella direzione opposta; ci sono prove che i due flussi si permeano completamente a vicenda a tutte le distanze e in tutte le parti del cielo.

Un'indagine più minuziosa di questo fenomeno mostra che esso è complicato dalle differenze nel comportamento delle stelle in base al loro tipo spettrale. Un'analisi che tratta la massa eterogenea delle stelle come un tutto, senza alcuna separazione dei diversi tipi, non riuscirà a fornire una visione completa del fenomeno. Ma, finché non si accumula molto più materiale, questa interrelazione tra i movimenti del flusso e il tipo spettrale non può essere elaborata in modo molto soddisfacente. La caratteristica eccezionale, tuttavia, è che le stelle del tipo Orion (tipo B) sembrano non condividere in misura apprezzabile la tendenza al flusso di stelle. I loro singoli movimenti, che sono sempre molto piccoli, sono quasi casuali, sebbene i moti apparenti siano, ovviamente, influenzati dal moto solare. Essi formano così un terzo sistema, che non ha il moto di nessuno dei due grandi flussi, ma è quasi a riposo rispetto alla media delle stelle. Questo terzo sistema non è interamente limitato alle stelle B. Nell'analisi ordinaria in due flussi troviamo sempre alcune stelle rimanenti, relativamente poche in numero ma che costituiscono una distinta irregolarità, che evidentemente appartengono allo stesso sistema. Queste stelle possono essere di uno qualsiasi dei tipi spettrali. C'è qualcosa di arbitrario in questa suddivisione in flussi (che

può essere paragonata a un'analisi armonica sferica o di Fourier delle osservazioni) e possiamo, se vogliamo, adottare una suddivisione che dia un riconoscimento molto più completo a questo terzo sistema.

Un tempo sembrava che il terzo flusso, il Flusso O come viene chiamato, potesse essere costituito da stelle molto lontane, che si trovano oltre quelle i cui moti sono il tema principale in discussione. Se così fosse, non sarebbe sorprendente scoprire che seguono una legge diversa e non sono comprese nei due flussi principali. Ma questa spiegazione si è ora rivelata in contrasto con i fatti. Dobbiamo riconoscere che il Flusso O si trova anche tra le stelle più vicine.

La piccolezza dei singoli movimenti delle stelle B è stata trovata essere parte di una legge molto più generale. Gli astrofisici hanno, tramite uno studio degli spettri, disposto le stelle in quelle che ritengono essere le fasi successive dell'evoluzione. Ora si è scoperto che c'è una progressione regolare nella grandezza dei moti lineari dalle stelle più giovani a quelle più vecchie. È come se una stella fosse nata senza moto e gradualmente ne acquisisse o ne facesse crescere uno. Il moto individuale medio (risolto in una direzione) aumenta costantemente da circa $6,5 \text{ km/s}$ per il Tipo B a 17 km/s per il Tipo M.

Potremmo ben considerare questa relazione tra età e velocità come uno dei risultati più sorprendenti dell'astronomia moderna. Negli ultimi quarant'anni gli astrofisici hanno studiato gli spettri e disposto le stelle in ordine di evoluzione. Per quanto plausibili possano essere i loro argomenti, si sarebbe detto che le loro ipotesi devono essere per sempre al di fuori della possibilità di conferma. Tuttavia, se questo risultato è corretto, abbiamo un criterio totalmente distinto in base al quale le stelle sono disposte nello stesso ordine. Se davvero il moto medio di una classe di stelle misura il suo progresso lungo il percorso evolutivo, abbiamo un nuovo e potente aiuto alla comprensione delle fasi dello sviluppo stellare.

Non è affatto facile spiegare perché le velocità stellari aumentano con l'avanzare del loro sviluppo. Sono propenso a pensare che la seguente ipotesi offra la migliore spiegazione dei fatti. In uno stato primitivo il materiale di formazione stellare era sparso più o meno come lo sono le stelle ora, cioè, densamente lungo il piano galattico fino a distanze moderate, e più sottile lontano dal piano e a grandi distanze. Dove il materiale era ricco, si formarono stelle grandi, che si evolvevano lentamente; dove era meno denso, stelle piccole, che si sviluppavano rapidamente. Le prime sono le nostre stelle di tipo primitivo; non essendo cadute da una grande distanza, si muovono lentamente e principalmente parallelamente al piano galattico. Queste ultime, le nostre stelle di tipo tardivo, si sono formate a grande distanza e hanno acquisito grandi velocità cadendo; inoltre, poiché non si sono necessariamente formate vicino al piano galattico, i loro moti non sono così prevalentemente paralleli ad esso.

Mentre il moto individuale di una stella aumenta gradualmente da tipo a tipo, il moto del flusso appare con notevole subitanità. In tutto il tipo B, persino fino a B 8 e B 9, i due flussi di stelle non sono percepiti; ma nel tipo successivo, A, il fenomeno è visto nella sua forma più chiara e pronunciata. Attraverso i tipi rimanenti è ancora molto evidente, ma c'è un calo valutabile. Non c'è motivo di credere che questo declino sia dovuto a una diminuzione effettiva delle velocità della corrente; è solo che il graduale aumento dei moti casuali rende i moti sistematici meno dominanti.

Tra gli oggetti più belli che il telescopio rivela ci sono gli ammassi stellari, in particolare gli ammassi globulari, in cui centinaia o addirittura migliaia di stelle sono raggruppate in una massa compatta facilmente compresa nel campo di un telescopio. Ricerche recenti hanno rivelato diversi sistemi, presumibilmente di natura simile a questi, che sono in realtà nelle nostre vicinanze e in un caso persino intorno a noi. Se visti da una breve distanza, la concentrazione si perde e l'ammasso difficilmente attira l'attenzione. La rilevazione di questi sistemi relativamente vicini a noi è un importante ramo di studio; si distinguono per i loro membri che hanno tutti moti esattamente uguali e paralleli. Le stelle sembrano essere a distanze piuttosto ordinarie, e la loro attrazione reciproca è troppo debole per causare un moto orbitale apprezzabile. Non sono tenute

insieme da alcuna forza; e possiamo solo dedurre che continuano a muoversi insieme perché nessuna forza è mai intervenuta a separarle.

Questi "ammassi mobili" sono contenuti all'interno dell'aggregazione centrale delle stelle. Molti degli ammassi globulari, sebbene molto più distanti, sono probabilmente contenuti anche in essa; altri, tuttavia, possono essere situati nelle nubi stellari della Via Lattea. La loro distribuzione nel cielo è curiosamente irregolare; sono quasi tutti contenuti in un emisfero. Sono più abbondanti nel Sagittario e nell'Ofiuco, vicino a una macchia brillante della Via Lattea, che è senza dubbio la regione più straordinaria del cielo. Questa potrebbe essere descritta come la casa degli ammassi globulari.

Dovremo anche considerare la nebulosa e la sua relazione con il sistema delle stelle. A questo punto può essere sufficiente affermare che sotto il nome di "nebulosa" sono raggruppati insieme un certo numero di oggetti di costituzione ampiamente diversa; non dobbiamo essere ingannati nel supporre che le diverse specie abbiano qualcosa in comune. C'è qualche ragione per pensare che la spirale o nebulosa "bianca" siano oggetti in realtà esterni all'intero sistema stellare, che siano effettivamente sistemi stellari uguali al nostro, e isolati da noi da un vasto vuoto intermedio. Ma la nebulosa irregolare gassosa, e probabilmente anche la nebulosa planetaria, sono più strettamente associate alle stelle e devono essere collocate tra di loro.

È ora il momento di passare da questa panoramica dei fenomeni principali a una considerazione più dettagliata dei problemi. La procedura consisterà nel trattare prima le stelle più vicine, delle quali la nostra conoscenza è insolitamente completa e diretta. Da queste passiamo ad altri gruppi che risultano particolarmente istruttivi. Da questo numero molto limitato di stelle, è ammissibile una certa quantità di generalizzazione, ma il nostro prossimo dovere è di considerare i moti delle stelle in generale; questo occuperà i capitoli V. - VII. Dopo aver considerato la dipendenza dei vari fenomeni dal tipo spettrale, passiamo ai problemi della distribuzione stellare. Questo viene dopo la nostra trattazione dei moti stellari, perché i moti propri sono, quando trattati attentamente, tra le più importanti fonti di informazioni sulle distanze delle stelle. Nel capitolo XI passiamo ad argomenti, la Via Lattea e la Nebulosa, di cui la nostra conoscenza è ancora più indefinita. Il capitolo conclusivo tenta di introdurre il problema delle forze dinamiche sotto le quali vengono mantenuti i moti del sistema stellare.

3 Le stelle più vicine

La maggior parte della nostra conoscenza sulla distribuzione delle stelle è derivata da metodi indiretti. Le statistiche delle magnitudini e dei moti stellari vengono analizzate e da esse si traggono inferenze. In questo capitolo, tuttavia, prenderemo in considerazione ciò che si può apprendere da quelle stelle le cui distanze sono state misurate direttamente; e, sebbene solo un piccolo campione del sistema stellare venga esaminato in questo modo, costituisce un eccellente punto di partenza, da cui possiamo procedere a indagini che di solito sono più ipotetiche nella loro base.

Per una misura della parallasse del più alto ordine di accuratezza, l'errore probabile è solitamente di circa $0'',01$. Quindi la posizione di una stella nello spazio è soggetta a un'incertezza relativamente grande, a meno che la sua parallasse non ammonti ad almeno un decimo di secondo d'arco. Quanto piccolo sia il rapporto tra tali stelle e il numero intero può essere giudicato dal fatto che la parallasse mediana delle stelle visibili a occhio nudo è solo $0'',008$; tante stelle visibili a occhio nudo hanno parallassi sia inferiori a questo valore sia superiori. Siamo quindi confinati in questo capitolo alla mera frangia dell'universo circostante, senza per ora tentare di penetrare nella massa generale delle stelle.

La tabella 3 mostra tutte le stelle che sono state trovate avere parallassi di $0'',20$ o superiori.¹ Sono state accettate solo le misure più affidabili e nella maggior parte dei casi almeno due ricercatori indipendenti si sono confermati a vicenda. L'elenco si basa principalmente sulla compilazione di Kapteyn e Weersma².

È di grande interesse domandarsi fino a che punto questa lista di diciannove stelle sia esaustiva. Include tutte le stelle in una sfera con centro il Sole con raggio di cinque parsec? In un certo senso la Tabella è certamente incompleta; per le stelle più deboli di magnitudine 9,5 (sulla scala B.D.), le misure sono del tutto assenti. Una stella di magnitudine 9,5 con una parallasse $0'',2$ avrebbe una luminosità 0,006, essendo il Sole l'unità; così, in generale, le stelle che danno meno di 1/200-esimo della luce del Sole non potrebbero essere incluse nell'elenco. La distribuzione delle luminosità nella quinta colonna della Tabella ci porta ad aspettarci che queste stelle molto deboli possano essere piuttosto numerose.

Ammettendo, quindi, che la Tabella 3 si interrompa a circa luminosità 0,006 e che con ogni probabilità all'interno della sfera esistano numerose stelle più deboli, quanto è completa al di sopra di questo limite? In generale, le stelle vengono selezionate per le misure della parallasse in base ai loro grandi moti propri. La maggior parte delle stelle molto luminose sono state misurate, ma in nessun caso è stata trovata una parallasse maggiore di $0'',2$ che non fosse già stata resa probabile dall'esistenza di un grande moto proprio. Per farsi un'idea della completezza con cui le stelle sono state esaminate per la parallasse, si considerino quelle stelle i cui moti superano $1''$ all'anno. F. W. Dyson³ ha fornito un elenco di novantacinque di queste stelle, ed è probabile che il suo elenco sia quasi completo, almeno fino alla nona magnitudine; I sondaggi e i cataloghi dei meridiani della maggior parte delle zone del cielo hanno richiesto un esame così approfondito che sarebbe difficile che moti così grandi siano passati inosservati.

¹Utilizzando una tabella di questo tipo seguo le indicazioni dell'Astronomo Reale F. W. Dyson, che per primo me ne mostrò l'importanza.

²Kapteyn and Weersma, *Groningen Publications*, No. 24.

³Dyson, *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*, Vol. 29, p. 378.

CAPITOLO 3. LE STELLE PIÙ VICINE

Di queste novantacinque stelle, sessantacinque possono essere considerate aventi parallassi ben determinate, o almeno le determinazioni sono state sufficienti a dimostrare che esse si trovano oltre i limiti della nostra sfera; tra le prime ci sono diciassette delle diciannove stelle della Tabella 3.

Tabella 3

Le diciannove stelle più vicine.

(Stelle distanti meno di un parsec dal Sole)

Stella	Magnitudine	Spettro	Parallasse	Luminosità (sole = 1)	Osservazioni
Groombridge 34	8.2	Ma	0.28	0.010	Binaria
η Cassiopeae	3.6	F8	0.20	1.4	Binaria
τ Ceti	3.6	K	0.33	0.50	
ϵ Eridani	3.3	K	0.31	0.79	
CZ 5 ^h 243	8.3	G-K	0.32	0.007	
Sirio	-1.6	A	0.38	48.0	Binaria
Procione	0.5	F5	0.32	9.7	Binaria
Lal. 21185	7.6	Ma	0.40	0.009	
Lal. 21258	8.9	Ma	0.20	0.011	
OA (N.) 11677	9.2	—	0.20	0.008	
α Centauri	0.3	G, K5	0.76	$\left\{ \begin{array}{c} 2.0 \\ 0.6 \end{array} \right\}$	Binaria
OA (N.) 17415	9.3	F	0.27	0.04	
Pos. Med. 2164	8.8	K	0.29	0.006	Binaria
σ Draconis	4.8	K	0.20	0.5	
α Aquila	0.9	A5	0.24	12.3	
61 Cygni	5.6	K5	0.31	0.10	Binaria
ϵ Indi	4.7	K5	0.28	0.25	
Krüger 60	9.2	—	0.26	0.005	Binaria
Lacaille 9352	7.4	Ma	0.29	0.019	

Per le restanti trenta, o le misure non sono state tentate, o non negano la possibilità che cadano all'interno della sfera. È improbabile che queste restanti abbiano grandi parallassi, perché includono una proporzione piuttosto grande di stelle che superano di poco il moto annuale di 1"; ma ci sono alcune eccezioni degne di nota. La Stella Cordoba 32416, mag. 8,5, con l'enorme moto annuale di 6",07, sembra essere stata abbandonata del tutto. È prevedibile che un ulteriore esame di queste trenta stelle porterà alla scoperta di altri quattro o cinque membri per la nostra Tavola.

Delle stelle con moti propri annuali inferiori a 1", la tabella ne contiene solo due. Non è difficile dimostrare che questa è una proporzione inadeguata. La parallasse mediana delle stelle distribuite uniformemente sulla sfera (di raggio 5 parsec) è 0",25; Ora, per una stella con quella parallasse, un moto annuo di 1" equivarrebbe a un moto trasversale lineare di 20 km/s. Circa quindi per la nostra sfera

$$\frac{\text{No. di PM's} > 1''}{\text{No. di PM's} < 1''} = \frac{\text{No. di moti trasversali} > 20 \text{ km/s}}{\text{No. di moti trasversali} < 20 \text{ km/s}}$$

Ora, la nostra conoscenza generale delle velocità stellari, derivata da altre fonti, è probabilmente sufficientemente buona da dare un'idea approssimativa di quest'ultimo rapporto; poiché è prevedibile che la distribuzione delle velocità lineari all'interno della sfera non differisca molto dalla distribuzione generale all'esterno. Considerando che la velocità radiale media di una stella è di 17 km/s (valore fornito da Campbell per i tipi K e M, che costituiscono la grande maggioranza delle stelle), una distribuzione maxwelliana darebbe il 64% dei moti trasversali maggiori di 20 km/s e il 36% minori di un rapporto di $1,8 : 1$. L'aggiunta del moto solare aumenterà la proporzione di alte velocità; e nelle parti del cielo in cui ha il suo effetto completo il rapporto è di circa $3 : 1$. Probabilmente non sbaglieremo di molto supponendo l'esistenza di due quinti in più di stelle con moti inferiori a $1''$ all'anno rispetto a quelle con moti superiori. Tenuto conto di queste considerazioni, il calcolo è il seguente:

No. di stelle nella tabella con moto proprio $> 1''$	17
Margine proporzionato per le stelle non ora esaminate	5
Proporzione dovuta con moto proprio $< 1''$	9
Il Sole	1
Totale	32

A questo bisogna aggiungere un numero sconosciuto ma probabilmente considerevole di stelle, la cui luminosità è inferiore a $1/200$ di quella del Sole.

In cifra tonda prenderemo trenta come densità delle stelle all'interno della sfera (ignorando tacitamente le stelle intrinsecamente deboli). Poiché venti di queste sono stati effettivamente identificate, si può ritenere che il numero si basi sull'osservazione, con ben poco supporto da considerazioni ipotetiche.

Questo breve elenco delle stelle più vicine merita uno studio attento. In esso sono contenuti molti dei fatti principali sulla distribuzione stellare; e, sebbene sarebbe rischioso generalizzare partendo da un campione così piccolo, si suggeriscono risultati che potrebbero essere verificati da studi più ampi. Forse la caratteristica più sorprendente è il numero di stelle doppie. Si noterà che otto su diciannove sono contrassegnate come "binarie". Il motivo per cui alcune stelle si sono divise in due componenti, mentre altre sono rimaste unite, è una domanda interessante; ma sembra che la divisione di una stella non sia affatto un destino anormale. Le stelle che si separano in due sembrano non essere molto meno numerose di quelle che rimangono intatte. Il gran numero di scoperte di velocità radiale variabile effettuate con lo spettroscopio conferma questa inferenza, anche se in genere gli spettroscopisti non forniscono una percentuale così elevata. W. W. Campbell⁴, esaminando 1600 stelle, conclude che un quarto di esse sono binarie spettroscopiche. Ma questa proporzione deve essere aumentata se si includono le binarie visuali (perché queste solitamente non vengono rivelate dallo spettroscopio); e, inoltre, devono esserci coppie troppo distanti tra loro per essere rivelate come binarie spettroscopiche, ma troppo distanti da noi per essere riconosciute visivamente. E. B. Frost, esaminando le stelle di tipo B, scoprì che due quinti di quelle presenti nel suo programma erano binarie; scoprì anche che nel gruppo del Toro la proporzione era la metà⁵.

Apparentemente la divisione in due corpi avviene in una fase molto precoce nella storia di uno stella o nello stato pre-stellare, come è dimostrato dall'alta proporzione riscontrata nel tipo spettrale più antico. Con il passare del tempo i componenti si separano ulteriormente l'uno dall'altro e la velocità orbitale diventa piccola, così che nei tipi successivi una proporzione crescente sfugge alla rilevazione. Non sembra quindi esserci motivo di dubitare che la proporzione otto su diciannove rappresenti molto equamente la media generale, ma al minimo non può essere inferiore a uno su tre.

⁴Campbell, *Stellar Motions*, p. 245.

⁵Frost, *Astrophysical Journal*, Vol. 29, p. 237.

Le luminosità delle stelle nella Tabella vanno da 48 a 0,004, quella del Sole essendo presa come unità. Abbiamo già visto che il limite inferiore è dovuto al fatto che le nostre informazioni si interrompono vicino a questo punto, ed è naturale aspettarsi che ci debba essere una serie continua di corpi più deboli che terminano con stelle completamente estinte. All'altra estremità della scala un campione più grande conterrebbe senza dubbio stelle di luminosità molto maggiore; ma queste sono relativamente rare nello spazio. Arturo, ad esempio, è da 150 a 350 volte più luminoso del Sole, Antares almeno 180 volte, mentre Rigel e Canopo possono difficilmente essere meno di 2000 volte più luminosi, consentendo in ogni caso un ampio margine per la possibile incertezza delle parallassi misurate. Non c'è dubbio che queste stime pecchino di eccessiva cautela.

Perché una stella della stessa luminosità intrinseca del Sole appaia luminosa quanto la sesta magnitudine, la sua parallasse non deve essere inferiore a 0,08. Poiché non c'è dubbio che la maggior parte delle stelle visibili a occhio nudo siano molto più lontane, ne consegue che la grande maggioranza di queste stelle deve essere molto più luminosa, in effetti più di cento volte più luminosa del Sole. Potremmo supporre frettolosamente che il Sole sia quindi molto al di sotto della brillantezza media. Ma la Tabella 3 rivela uno stato di cose molto diverso. Delle diciannove stelle, solo cinque la superano, mentre quattordici sono più deboli. L'apparente paradosso porta l'attenzione su un fatto che avremo occasione di notare frequentemente. Le stelle visibili a occhio nudo e le stelle enumerate nei cataloghi non sono affatto rappresentative delle stelle nel loro insieme. Le stelle più intensamente luminose sono viste e registrate in numeri sproporzionati rispetto alla loro effettiva abbondanza nello spazio. È di grande importanza tenere a mente questa limitazione del lavoro statistico sui cataloghi stellari; dovremmo considerare se i risultati derivati dal tipo molto speciale di stelle che vi compaiono possano legittimamente essere estesi alle stelle nel loro insieme.

Allo stesso modo, la Tabella dà un'idea molto diversa delle proporzioni in cui si verificano i diversi tipi di spettri rispetto all'impressione che dovremmo raccogliere esaminando i cataloghi. Sono incluse quattro stelle di Tipo M, sebbene nei cataloghi questa classe formi solo circa un quindicesimo del numero totale. D'altra parte, le stelle di Tipo B (il tipo Orione), che sono piuttosto più numerose del Tipo M nei cataloghi, non hanno qui un solo rappresentante. La spiegazione è che queste stelle M sono solitamente oggetti molto debolmente luminosi (come si può vedere nella Tabella) e raramente possono essere viste se non nelle nostre immediate vicinanze. Le stelle di tipo B, d'altro canto, sono intensamente luminose e, sebbene si presentino solo raramente nello spazio, possiamo registrare anche quelle vicine ai limiti del sistema stellare, formandone un numero sproporzionatamente grande. Di nuovo, nel catalogo, le stelle di tipo Siriano (A) e quelle di tipo Solare (F, G, K) sono pressoché ugualmente numerose, ma in questo definito volume di spazio queste ultime superano le prime di dieci a due.

Per ottenere dati più estesi sulle vere proporzioni dei tipi spettrali e sulla relazione tra tipo spettrale e luminosità, è stata redatta la Tabella 4, contenente le stelle con parallassi abbastanza ben determinate tra 0",19 e 0",11. Queste non sono generalmente così affidabili come le parallassi della Tabella 3, perché l'attenzione principale è stata naturalmente rivolta a quelle stelle note per essere più vicine a noi; ma lo standard è abbastanza elevato, poiché molte parallassi misurate sono state respinte perché troppo incerte. Quelle contrassegnate con un asterisco sono le meglio determinate e possono essere considerate di pari accuratezza alle parallassi della Tabella 3; ma poiché le parallassi sono più piccole, l'incertezza proporzionale della luminosità calcolata è maggiore.

La Tabella 4 è ben lungi dall'essere un elenco completo delle stelle entro i limiti. Ci sono circa 200 stelle in questo volume, ma qui ne sono riportate solo 27. Tuttavia, l'incompletezza non influenzerà molto la presente indagine, tranne per il fatto che un certo numero di stelle più deboli, che sono in particolare di tipo K e Ma, andranno naturalmente perse. Ciò è evidente quando la prima viene confrontata con la Tabella 3.

Tabella 4

Stelle distanti tra 5 e 10 parsec dal Sole.

Stella	Magnitudine	Spettro	Moto proprio annuo (")	Parallasse (")	Luminosità (sole = 1)
ζ Tucanae	4.3	F8	2.07	0.15	1.3
β Hydri *	2.9	G	2.24	0.14	5.1
54 Piscium	6.1	K	0.59	0.15	0.26
Mayer 20	5.8	K	1.34	0.16	0.28
μ Cassiopeiæ*	5.3	G5	3.75	0.11	1.0
δ Triangoli	5.1	G	1.16	0.12	1.0
Pi. 2 ^h 123	5.9	G5	2.31	0.14	0.33
ϵ Eridani	4.3	G5	3.15	0.16	1.15
δ Eridani *	3.3	K	0.75	0.19	2.1
α^2 Eridani	4.5	G5	4.08	0.17	0.84
λ Aurigæ	4.8	G	0.85	0.11	1.5
Weisse 5 ^h 592 *	8.9	Ma	2.23	0.18	0.013
Pi. 5 ^h 146	6.4	G2	0.55	0.11	0.32
Fed. 1457-8 *	7.9	Ma	1.69	0.16	0.042
Groombridge 1618 *	6.8	K	1.45	0.18	0.09
43 Comae	4.3	G	1.18	0.12	2.2
Lalande 25372 *	8.7	K	2.33	0.18	0.017
Lalande 26196	7.6	G5	0.68	0.14	0.074
Pi. 14 ^h 212 *	5.8	K	2.07	0.17	0.26
Groningen VII No, 20 *	10.7	—	1.22	0.13	0.005
ζ Herculis	3.0	G	0.61	0.14	5.0
Weisse 17 ^h 322 *	7.8	Ma	1.36	0.12	0.08
70 Ophiuchi	4.3	K	1.15	0.17	1.1
17 Lyrae C *	11.3	—	1.75	0.13	0.003
Formalhaut	1.3	A3	0.37	0.14	25.0
Bradley 3677 *	5.6	K	2.11	0.14	0.45
Lalande 46650	8.9	Ma	1.40	0.18	0.013

Raccogliendo le stelle di diversi tipi spettrali, otteniamo la seguente distribuzione di luminosità dalle Tabelle 3 e 4:

Tipo spettrale	Luminosità	
	Parallasse > 0", 20	Parallasse da 0", 19 a 0", 11
A	48.0	—
A3	—	25.0
A5	12.3	—
F	0.004	—
F3	9.7	—
F5	1.4	1.3
F8	2.0	*5.4, 5.0, 2.2, 1.5, 1.0
G	—	0.32
G2	—	1.15, *1.0, 0.84, 0.33, 0.074
G5	{0.79, 0.5, 0.5, 0.006}	*2.1, 1.1, *0.45, 0.28, *0.26, 0.26, *0.09, 0.017
K	0.6 e 0.25	—
Ma	0.019, 0.011, 0.010, 0.009	*0.08, *0.042, *0.013, *0.013

*ben determinate

Questo sommario mostra una notevole tendenza verso l'uguaglianza nella luminosità tra stelle dello stesso tipo e si nota una sorprendente diminuzione progressiva della luminosità con l'avanzare dello stadio evolutivo. La stella singola di tipo F (strettamente F0) costituisce una curiosa eccezione. Questa stella, OA (N) 17415, fu misurata con l'eliometro da Krüger già nel 1863; A quanto pare la misura era eccellente. Sarebbe forse auspicabile verificare il suo risultato mediante osservazioni secondo metodi più moderni; ma siamo portati a credere che l'eccezione sia reale.

Si potrebbe essere tentati di concludere che la grande gamma di luminosità assoluta delle stelle è dovuta principalmente a differenze di tipo e che all'interno della stessa classe spettrale la gamma è molto limitata. Potremmo applicare questo principio alla ricerca di grandi parallassi; sembrerebbe infatti che, poiché finora si è scoperto che le stelle del tipo Ma hanno una luminosità molto debole, qualsiasi stella di quella classe che appare luminosa debba essere molto vicina a noi. Questa speranza non si realizza. Le stelle Ma luminose che sono state misurate (Betelgeuse, Antares, η Geminorum e δ Virginis) hanno tutte parallassi molto piccole e sono certamente molto più luminose persino di Sirio, la stella più luminosa delle Tavole. Forse è un peccato che queste brillanti eccezioni si impongano alla nostra attenzione, mentre la maggior parte dei membri normali della classe sono troppo deboli per attirare l'attenzione; Non dobbiamo lasciarci indurre ad avere un'idea esagerata del numero di queste stelle luminose di terzo tipo. Ma è chiaro che, nonostante la tendenza all'uguaglianza, se si prende un campione sufficientemente ampio, l'intervallo di luminosità è davvero molto ampio. Torneremo su questo argomento nel capitolo VIII.

La tabella 5 contiene alcuni dettagli sui movimenti delle diciannove stelle più vicine. Le velocità trasversali vengono formate utilizzando le parallassi misurate per convertire i moti propri in misure lineari.⁶ I moti radiali derivanti dalle osservazioni spettroscopiche vengono aggiunti quando disponibili. Questi moti sono relativi al Sole; se volessimo riferirli al baricentro delle stelle, dovremmo applicare il moto solare di 20 km/s, che potrebbe aumentare o diminuire le velocità a seconda delle circostanze, ma solitamente le diminuirebbe leggermente. Anche tenendo conto di ciò, la frequenza delle grandi velocità rimane una caratteristica sorprendente. Gli studi ordinari sui moti stellari non ci portano ad aspettarci nulla del genere; e in effetti non è facile conciliare le indagini generali con i risultati di questo studio speciale di un piccolo insieme di stelle. Considerando le stelle di tipo M che si muovono più velocemente, Campbell ha scoperto un moto radiale medio di 17 km/s. Supponendo una distribuzione maxwelliana delle velocità, ciò darebbe un moto trasversale (cioè moto in due dimensioni)

Velocità > 60 km/s	1 stella su	53
Velocità > 80 km/s	1 stella su	1100
Velocità > 100 km/s	1 stella su	60000

La presenza di 3 stelle nell'elenco con velocità trasversali superiori a 100 km/s (e quindi sicuramente più di 80 km/s, se si esclude il moto solare) è in totale contrasto con lo schema statistico sopra riportato. Non possiamo attribuire il risultato a errori nelle parallassi, perché se dovesse accadere che la parallasse fosse stata sovrastimata, la velocità sarebbe stata sottostimata; ed è poco probabile che una qualsiasi di queste stelle abbia parallassi sensibilmente maggiori di quelle assegnate nella tabella. Una possibile critica è che queste stelle sono state selezionate appositamente per la misura della parallasse, perché si sapeva che avevano grandi moti propri;

⁶la formula, che è spesso utile, è

$$velocità\ lineare = \frac{moto\ proprio\ annuo}{parallasse} \times 4.74 \frac{km}{s}$$

ma l'obiezione non ha molto peso a meno che non si suggerisca seriamente che ci siano, in questo piccolo volume, le centinaia o persino migliaia di stelle di piccolo moto lineare che lo schema statistico sembra richiedere. Inoltre abbiamo già dimostrato che, secondo la visione ordinaria dei moti stellari, sette stelle aggiuntive sopprimerrebbero alla perdita dovuta alla mancanza di stelle con moti inferiori a 1" all'anno.

Tabella 5

Moti delle diciannove stelle più vicine.

Stella	Moto proprio		Velocità radiale	Flusso
	Arc.	Lineare		
Groombridge 34	2.85	48	—	I.
η Cassiopeiæ	1.25	30	+10	I.
τ Ceti	1.93	28	-16	II.
ϵ Eridani	1.00	15	+16	II.
CZ. 5 ^h 243	8.70	129	+242	II.
Sirio	1.32	16	-7	II.
Prozione	1.25	19	-3	I.?
Lalande 21185	4.77	57	—	II.
Lalande 21258	4.46	106	—	I.
OA (N) 11677	3.03	72	—	I.
α Centauri	3.66	23	-22	I.
OA (N) 17415	1.31	23	—	II.
Pos. Med. 2164	2.28	37	—	I.
σ Draconis	1.84	43	+25	II.
α Aquilæ	0.65	13	-33	I.
61 Cygni	5.25	80	-62	I.
ϵ Indi	4.67	79	-39	I.
Krüger 60	0.92	17	—	II.
Lacaille 9352	7.02	115	+12	I.

Né possiamo aiutare le cose scartando la legge di Maxwell. Originariamente usata come pura ipotesi, questa legge è stata confermata in gran parte da recenti studi sui moti radiali. Dovremmo, tuttavia, essere preparati ad ammettere che potrebbe non fornire abbastanza moti molto grandi. È noto da tempo che certe stelle, come Arturo e Groombridge 1830, avevano velocità eccessive che sembravano stare al di fuori delle leggi ordinarie. Ma scopriamo che il moto trasversale medio delle diciannove stelle è di 50 km/s; questo supera notevolmente la velocità media che dovremmo dedurre dalle stelle che entrano nelle normali indagini. In cifre tonde, ci si sarebbe aspettata una velocità media di 30 km/s rispetto al Sole.⁷

Si scopre ancora una volta che l'osservazione delle stelle nel limitato volume di spazio molto vicino al Sole porta a risultati diversi da quelli ricavati dalle stelle dei cataloghi. Potremmo ricorrere alla stessa spiegazione di prima, ovvero che i cataloghi forniscono una selezione delle stelle del tutto atipica. Ma questa volta il risultato è più sorprendente; difficilmente ci si sarebbe aspettato che la selezione del catalogo, che è puramente in base alla luminosità, avrebbe avuto un effetto così grande sui moti. Eppure sembra essere così. Notiamo che le tre stelle con velocità trasversali di oltre 100 km/s hanno luminosità 0.007, 0.011 e 0.019. Queste sarebbero troppo

⁷Una velocità radiale media di 17 km/s dà una velocità trasversale media di 26.5 km/s, essendo il fattore $\pi/2$ qualunque sia la legge (maxwelliana o meno) dei moti stellari. Questo non include il moto solare, che, tuttavia, non aumenterebbe di molto il risultato.

deboli per rientrare nelle normali indagini statistiche. Le cinque stelle più luminose del Sole hanno tutte velocità molto moderate. Confrontando le nove stelle più luminose con le dieci più deboli, abbiamo

	Luminosità	Velocità trasversale media
9 stelle più luminose	48.0 a 0.25	29 km/s
10 stelle più deboli	0.10 a 0.004	68 km/s

Sono le stelle con luminosità inferiore a 1/10 di quella del Sole, di cui non ci occupiamo quasi mai nelle normali ricerche sui moti stellari, che sono interamente responsabili dell'anomalia: le nove stelle luminose confermano semplicemente la nostra stima generale di 30 km/s per la velocità media.

Anche le stelle della Tabella 4 aggiungono una piccola prova che punta nella stessa direzione. Le parallassi sono appena abbastanza precise (proporzionalmente alle loro dimensioni) da essere usate a questo scopo; ma diamo il risultato per quello che vale. Si può notare che le parallassi sono probabilmente un po' sovrastimate e quindi sia la luminosità che le velocità saranno sottostimate. D'altro canto, l'influenza della selezione (a causa del grande moto proprio) sarà maggiore rispetto alla Tabella 3, tendendo ad aumentare indebitamente la velocità media. Ci sono nove stelle indicate nella Tabella 4 come aventi luminosità inferiori a 0.1; la loro velocità media è di 48 km/s. Quindi queste stelle hanno velocità notevolmente superiori 30 km/s originariamente previste. Tuttavia, non includono alcuna velocità eccessiva.

Sarebbe molto meglio avere più prove su questo punto prima di trarre una conclusione generale; ma il nostro compito è riassumere lo stato attuale delle nostre conoscenze, per quanto frammentarie. Le stelle, di cui vengono solitamente discussi i moti propri e le velocità radiali, sono quasi esclusivamente quelle almeno luminose quanto il Sole. In genere si presume tacitamente che i moti delle stelle molto più numerose e meno brillanti saranno simili a loro. Ma la presente discussione offre un forte sospetto che esista una classe di stelle, comprendente la maggior parte di quelle con una luminosità inferiore a 0.1, le cui velocità sono in media il doppio di quelle della classe più veloce normalmente considerata. Apparentemente l'aumento progressivo della velocità con il tipo spettrale non termina con i 17 km/s delle componenti brillanti del Tipo M, ma continua per stelle più deboli fino ad almeno il doppio di quella velocità.

Nell'ultima colonna della Tabella 5, ogni stella è stata assegnata al rispettivo flusso stellare in base alla direzione in cui si sta muovendo. Vediamo che undici stelle appartengono probabilmente al Flusso I e otto probabilmente al Flusso II. Ciò è in eccellente accordo con il rapporto 3:2 derivato dalla discussione delle 6000 stelle del Catalogo di Boss.

4 AMMASSI IN MOVIMENTO

L'indagine sui moti stellari ha rivelato una serie di gruppi di stelle in cui i singoli membri hanno velocità uguali e parallele. Le stelle che formano queste associazioni non sono eccezionalmente vicine l'una all'altra, e anzi spesso accade che altre stelle, non appartenenti al gruppo, siano in realtà intercalate tra loro. Possiamo forse arrivare a una migliore comprensione di questi sistemi ricordando alcune considerazioni elementari sulle stelle doppie.

Solo in una piccola parte delle stelle doppie classificate come coppie "fisicamente connesse" è stato rilevato il moto orbitale di una componente attorno all'altra. Nella maggior parte dei casi la connessione è dedotta dal fatto che le due stelle si muovono attraverso il cielo con lo stesso moto proprio nella stessa direzione. L'argomento è che, a parte coincidenze eccezionali, l'uguaglianza del moto angolare significa sia un'uguaglianza nella distanza che un'uguaglianza nella velocità lineare. Di conseguenza le due stelle devono essere vicine nello spazio e i loro movimenti sono tali che devono essere rimaste vicine per un lungo periodo. Una volta stabilito che sono vicini permanenti, possiamo giustamente dedurre che la loro reciproca gravitazione comporterà un certo moto orbitale, anche se potrebbe essere troppo lento per essere rilevato; questa è però una questione secondaria e, quando parliamo di connessione fisica, non stiamo pensando a due stelle legate insieme da una forza attrattiva. La connessione, se proviamo a interpretarla, sembra esserci sin dall'origine. Le componenti hanno avuto origine nella stessa parte dello spazio, probabilmente da una singola stella o nebulosa; hanno iniziato con lo stesso moto e hanno condiviso tutti gli incidenti del viaggio insieme. Se il percorso di una viene lentamente deviato dalla trazione risultante del sistema stellare, il percorso dell'altra viene deviato alla stessa velocità, in modo che l'uguaglianza del moto sia preservata. È vero che l'attrazione reciproca in queste binarie ampiamente separate può contribuire a impedire la separazione delle stelle; ma si tratta di un legame molto debole e, in generale, la comunanza nel moto persiste perché non ci sono forze che tendono a distruggerla.

Da questo punto di vista potremmo avere coppie fisicamente connesse separate da distanze stellari molto maggiori e persino ordinarie, ricordando, tuttavia, che maggiore è la distanza, più è probabile che perdano la loro velocità comune essendo esposte a forze diverse. È noto che esistono coppie estremamente ampie. Si può citare il caso di A Ophiuchi e Bradley 2179; queste stelle sono separate da circa 14', ma hanno lo stesso moto insolitamente grande di 1"24 annuo nella stessa direzione. In generale sarebbe difficile rilevare coppie di questo tipo; perché a meno che il movimento non sia in qualche modo notevole, ci si deve spesso aspettare un'uguaglianza accidentale dello stesso e sarebbe impossibile distinguere le coppie vere da quelle spurie. È solo quando c'è qualcosa di insolito nella quantità o nella direzione del moto che ci sono motivi per credere che l'uguaglianza non sia accidentale.

Negli Ammassi mobili troviamo un tipo di connessione fisica molto simile. Sono gruppi considerevoli di stelle, ampiamente separate nel cielo, ma che tradiscono la loro associazione con l'uguaglianza dei loro movimenti. L'esempio più approfonditamente studiato di un ammasso in movimento è il Taurus-stream, che comprende parte delle stelle delle Iadi e altre stelle vicine. L'esistenza di un gran numero di stelle con movimenti associati in questa regione è stata sottolineata da A.R. Proctor; ma le ricerche di L. Boss hanno mostrato la natura della connessione sotto una nuova luce. Trentanove stelle sono riconosciute come appartenenti al gruppo, distribuite su un'area del cielo di circa 15° quadrati; non vi è dubbio che molte altre stelle più deboli nella regione appartengano anche all'ammasso ma, finché non saranno state

fatte migliori determinazioni dei loro moti, queste non possono essere individuate con certezza.

Il primo criterio in un caso come questo è che i moti sembrano tutti convergere verso un singolo punto nel cielo; nella Fig. 2 le frecce indicano i moti osservati di queste stelle e la convergenza è ben evidenziata. Da ciò si può dedurre che i moti sono paralleli; perché le linee parallele nello spazio sembrano, quando proiettate su una sfera, convergere verso un punto.

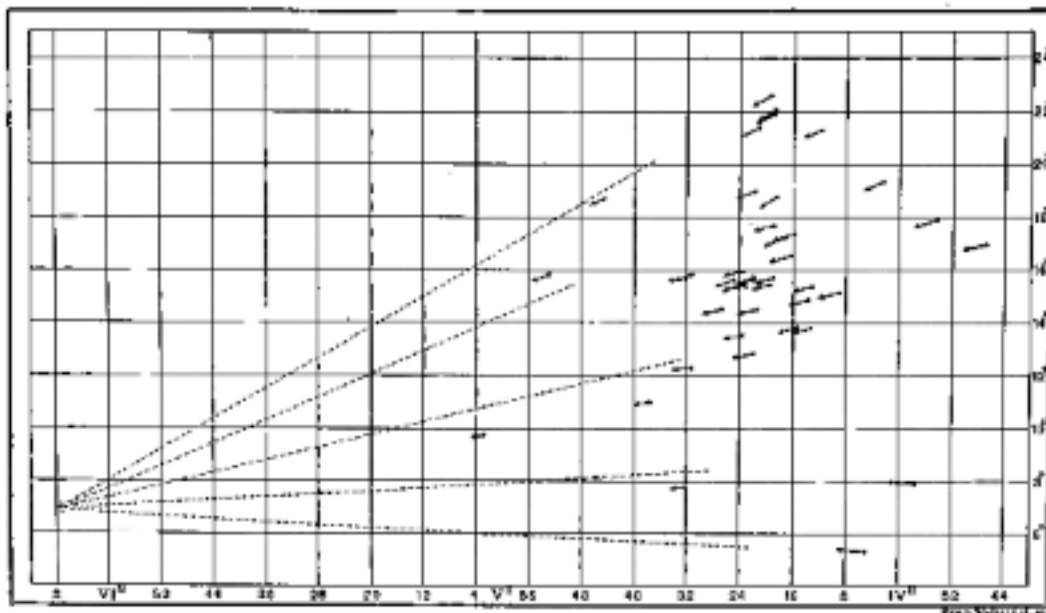


Fig.2 - Ammasso mobile nella costellazione del Toro (Boss)

È vero che si produrrebbe lo stesso aspetto se i moti convergessero/divergessero tutti verso/da un punto, ma entrambe le supposizioni sono ovviamente improbabili. Teoricamente potrebbe esserci un leggero grado di divergenza, essendo l'ammasso originariamente più compatto; ma i calcoli mostrano che, in base a qualsiasi ragionevole ipotesi sull'età dell'ammasso, la divergenza deve essere del tutto trascurabile. Poiché le stelle non sono tutte alla stessa distanza dal Sole, il fatto che le velocità siano tutte uguali non può essere dimostrato nello stesso esatto modo; ma, tenendo conto dell'accorciamento del moto apparente nella parte anteriore dell'ammasso rispetto alla parte posteriore, i moti propri concordano tutti tra loro molto approssimativamente. Le divergenze sono esattamente ciò che dovremmo aspettarci se l'ammasso si estende verso il Sole e si allontana da esso alla stessa distanza in cui si estende lateralmente.

È chiaro che in un ammasso di questo tipo l'uguaglianza e il parallelismo dei movimenti devono essere estremamente accurati, altrimenti non avrebbe potuto reggere. Supponiamo che il moto di un membro devii dalla media di un km. al sec.; si allontanerebbe dal resto dell'ammasso alla velocità di un'unità astronomica in 42 anni. In dieci milioni di anni si sarebbe allontanato di dieci parsec (la distanza corrispondente a una parallasse di $0''$, 10). Vedremo più avanti che le dimensioni effettive dell'ammasso non sono così grandi; la stella più remota si trova a circa sette parsec dal centro. Secondo le idee attuali, dieci milioni di anni sono un breve periodo nella vita anche di un pianeta come la Terra; l'età dell'ammasso del Toro, che contiene stelle di un tipo evolutivo abbastanza avanzato, deve essere molto più grande di questa. Dal fatto che rimane ancora un gruppo compatto deduciamo che le singole velocità devono tutte concordare *entro una piccola frazione di chilometro al secondo*.

La convergenza molto stretta delle direzioni di moto di queste stelle supporta questa visione; le deviazioni possono essere tutte attribuite agli errori accidentali di osservazione. Infatti la deviazione media (calcolata — osservata) nell'angolo di posizione è $\pm 1^\circ, 8$, mentre la deviazione prevista, dovuta ai probabili errori dei moti propri osservati, è maggiore di questa, un paradosso

che è spiegato dal fatto che le stelle per le quali l'errore accidentale è particolarmente grande non verrebbero selezionate come appartenenti al gruppo.

Per completare la nostra conoscenza di questo ammasso, è necessario un altro fatto osservativo; il moto lungo la linea visuale di una qualsiasi delle singole stelle. In realtà ne sono state misurate sei, e i risultati sono in accordo soddisfacente. I dati sono ora sufficienti per localizzare completamente non solo l'ammasso ma anche i suoi singoli membri e anche per determinare il moto lineare, che, come è stato dimostrato, deve essere lo stesso per tutte le stelle con un'approssimazione molto vicina. Ciò può essere fatto come segue:

La posizione del punto convergente, mostrata all'estrema sinistra della Fig. 2, risulta essere

$$R.A. \ 6^h 7^m, 2 \quad Dec. \ +6^\circ 56' \quad (1875.0)$$

con un probabile errore di $\pm 1^\circ, 5$ principalmente in ascensione retta. Se O è l'osservatore (Fig. 3), sia OA la direzione di questo punto convergente.

Consideriamo una delle stelle S dell'ammasso. Il suo moto¹ nello spazio ST deve essere parallelo a OA. Risolviamo ST nelle componenti trasversali e radiali SX e SY. Se SY è stata misurata dallo spettroscopio, possiamo trovare subito ST per

$$ST = SY \sec TSY = SY \sec AOS$$

e, poiché A e S sono punti noti sulla sfera celeste, l'angolo AOS è noto.

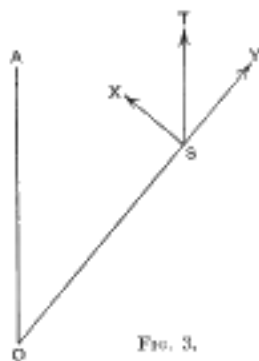


FIG. 3.

Poiché la velocità ST è la stessa per ogni stella dell'ammasso, è sufficiente determinarla da un qualsiasi membro la cui velocità radiale è stata misurata. Il risultato è trovato essere 45.6 km/s.

Troviamo quindi la velocità trasversale per ogni stella, che è uguale a

$$45.6 \sec AOS \text{ km/s}$$

E le distanze stellari sono date da

$$\text{velocità trasversale} = \text{distanza} \times \text{moto proprio osservato}$$

quando queste sono espresse in unità consistenti.

Si vedrà che la distanza di ogni stella viene trovata con questo metodo, non solo quelle di cui è nota la velocità radiale. La distanza viene trovata con una precisione percentuale circa uguale a quella del moto proprio osservato; perché le altre quantità che entrano nelle formule sono molto ben determinate. Poiché i moti propri di queste stelle sono grandi e di discreta precisione, le distanze risultanti sono tra le più esattamente note tra tutte quelle nei cieli. Le parallassi vanno da 0",021 a 0",031, con una media di 0",025. Una determinazione diretta tramite fotografia, frutto della cooperazione di A. S. Donner, F. Küstner, J. C. Kapteyn e W. de Sitter, ha prodotto

¹I moti considerati qui sono tutti misurati relativamente al Sole.

il valore medio $0''.023 \pm 0''.0025$, che, sebbene presumibilmente meno accurato del risultato ottenuto indirettamente, è una conferma soddisfacente della legittimità dell'argomentazione di Boss.

Da queste ricerche l'ammasso del Toro sembra essere un ammasso globulare con una leggera condensazione centrale; il suo diametro totale è di poco superiore a dieci parsec. Sorge la domanda se questo sistema possa essere considerato simile agli ammassi globulari riconosciuti rivelati dal telescopio. Se non ci fossero più membri dei trentanove attualmente conosciuti, la disposizione delle stelle non sarebbe più vicina di quella che abbiamo trovato nelle immediate vicinanze del Sole. Ma sembra che i 39 siano tutti corpi molto più luminosi del Sole, e non è giusto fare un paragone con le stelle debolmente luminose discusse nell'ultimo capitolo. Secondo un calcolo approssimativo i membri dell'ammasso del Toro possono essere classificati come segue:

5	stelle con luminosità	da 5 a 10	volte quella del Sole
18	"	da 10 a 20	"
11	"	da 20 a 50	"
5	"	da 50 a 100	"

Nelle vicinanze del Sole non abbiamo nulla da paragonare a questa collezione di magnifici orbi. Queste stelle, è vero, sono separate da distanze del solito ordine di grandezza; ma la loro eccezionale brillantezza distingue questa porzione di spazio da una regione ordinaria. Che ci siano o meno altri membri più deboli che li accompagnano, il termine ammasso è abbastanza appropriato. Non c'è dubbio che, visto da una distanza sufficiente, questo insieme avrebbe l'aspetto generale di un ammasso globulare di stelle.

Il moto noto dell'ammasso del Toro ci consente di tracciare la sua storia passata e futura. Era al perielio 800000 anni fa; la distanza era allora circa la metà di quella attuale. Boss ha calcolato che tra 65000000 di anni apparirà (se il moto non viene disturbato) come un normale ammasso globulare di 20' di diametro, costituito in gran parte da stelle dalla nona alla dodicesima magnitudine.

È interessante notare che un ammasso delle dimensioni di questo gruppo del Toro deve contenere molte stelle intruse che non gli appartengono. Anche se omettiamo i membri periferici, il sistema riempie uno spazio pari a una sfera di almeno 5 parsec di raggio. Ora, una tale sfera nelle vicinanze del Sole contiene circa 30 stelle. Non possiamo supporre che una corsia vuota tra le stelle sia stata lasciata appositamente per il passaggio dell'ammasso. Presumibilmente, quindi, le stelle che normalmente occuperebbero quello spazio sono in realtà stelle non appartenenti all'ammasso, sparse tra i membri effettivi dell'ammasso in movimento. È un fatto significativo che la penetrazione dell'ammasso da parte di stelle non associate non abbia disturbato il parallelismo dei movimenti o disperso i membri.

Il sistema dell'Orsa Maggiore è un altro ammasso mobile di cui è stata accertata una conoscenza dettagliata. È noto da tempo che cinque stelle del Plough, vale a dire $\beta, \gamma, \delta, \epsilon$ e ζ Ursae Majoris, formano un sistema connesso. Grazie al lavoro di Ejnar Hertzsprung è stato dimostrato che un certo numero di altre stelle, sparse su una gran parte del cielo, appartengono alla stessa associazione. Il più interessante di questi membri sparsi è Sirio; e per esso la prova dell'associazione è molto forte. La sua parallasse e la sua velocità radiale sono entrambe ben determinate e concordano con i valori calcolati dal moto dell'intero ammasso. Il metodo con cui si trova la velocità comune e si localizzano le singole stelle nello spazio è lo stesso impiegato per l'ammasso del Toro. La velocità è di $18,4 \text{ km/s}$ verso il punto convergente A.R. $127^\circ.8$, Dec. $+40^\circ.2$, quando misurata relativamente al Sole. Quando si tiene conto del moto solare, il moto "assoluto" è di $28,8 \text{ km/s}$ verso A.R. 285° , Dec. -2° . Poiché questo punto è a soli 5° dal piano galattico, il moto è approssimativamente parallelo alla galassia.

Nella Tabella 6 sono riportati i dettagli delle singole stelle, comprese le parallassi e le velocità radiali dedotte da Hertzsprung dal moto noto del sistema. Nella maggior parte dei casi le

velocità radiali calcolate sono state confermate dall'osservazione; ma per quasi tutte le parallassi, non è stato ancora possibile testare i valori forniti. Nella maggior parte dei casi le velocità radiali calcolate sono state confermate dall'osservazione; ma per quasi tutte le parallassi, non è stato ancora possibile testare i valori forniti. È abbastanza probabile che una o più stelle siano state erroneamente incluse; ma non ci possono essere dubbi che la maggior parte siano membri autentici del gruppo. Le coordinate rettangolari sono fornite nell'unità usuale (il parsec), il Sole è all'origine, Oz è diretto verso il punto convergente A.R. 127°, 8, Dec. +40°, 2 e Ox verso A.R. 307°, 8, Dec. +49°, 8, così che il piano zOx contiene il Polo. Se si costruisce un modello del sistema da questi dati, si scopre, come ha dimostrato H. H. Turner, che l'ammasso ha la forma di un disco; il suo piano è quasi perpendicolare al piano galattico. La piatezza è molto notevole, la deviazione media delle singole stelle sopra o sotto il piano è di 2.0 parsec, una distanza piccola in confronto all'estensione laterale dell'ammasso, vale a dire, da 30 a 50 parsec. Nell'ultima colonna sono riportate le luminosità assolute in termini del Sole come unità; è interessante notare che le tre stelle di tipo F sono le più deboli, con luminosità rispettivamente di 10, 9 e 7.

Tabella 6

Sistema Orsa Maggiore

Stella	Mag.	Spettro	Calcolato		Coordinate rettangolari			Luminosità (Sole=1)
			Parall	Velocità radiale				
			(“)	km/s	x	y	z	
β Eridani	2.92	A2	0.034	-7.5	-16.8	-23.3	12.1	96
β Aurigae	2.07	Ap	0.024	-16.0	7.8	-18.8	36.3	410
Sirio	-1.58	A	0.387	-8.5	-2.0	-1.1	1.2	46
37 Orsa Mag.	5.16	F	0.045	-16.6	7.6	5.8	19.9	7
β Orsa Mag.	2.44	A	0.047	-16.1	7.6	6.9	18.7	76
δ Leonis	2.58	A2	0.084	-14.4	-2.3	7.1	9.3	21
γ Orsa Mag.	2.54	A	0.042	-15.0	8.9	10.5	19.3	87
δ Orsa Mag.	3.44	A2	0.045	-14.4	9.8	9.7	17.2	323
Groom. 1930	5.87	F	0.028	-13.4	18.6	15.1	25.7	9
ϵ Orsa Mag.	1.68	Ap	0.042	-13.2	11.4	11.7	16.9	190
78 Orsa Mag.	4.89	F	0.042	-13.0	12.0	11.8	16.8	10
ζ Orsa Mag.	2.49	Ap	0.043	12.2	11.9	12.5	15.3	93
	3.96	A2						22
α Coronae	2.31	A	0.041	-2.2	12.0	20.9	2.9	110

Le stelle dallo spettro di tipo Orione presentano diversi esempi di ammassi in movimento. Nelle Pleiadi abbiamo un ammasso evidente, nel senso ordinario del termine, e, come ci si potrebbe aspettare, i moti delle stelle principali e di almeno cinquanta stelle più deboli sono uguali e paralleli.² Anche le stelle luminose della costellazione di Orione (ad eccezione di Betelgeuse, il cui spettro non è di tipo B) sembrano formare un sistema di questo genere; in questo caso la prova deriva principalmente dalle loro velocità radiali, poiché i moti trasversali sono tutti estremamente piccoli. In Orione è stata scoperta una debole nebulosità che forma un'estensione della Grande Nebulosa di Orione e che sembra riempire l'intera regione occupata dalle stelle; è probabile che sia composta da gas più leggeri e da altri materiali non ancora assorbiti dalle

²Questo è il caso per quanto riguarda i moti propri. Le velocità radiali delle sei stelle più luminose mostrano alcune differenze sorprendenti (Adams, *Astrophysical Journal*, Vol. 19, p. 338), ma a causa della natura difficile degli spettri le determinazioni non sono molto utili.

stelle in via di sviluppo. La velocità della nebulosa lungo la linea visuale concorda con quella delle stelle della costellazione. Una nebulosità simile si trova nelle Pleiadi.

Nel caso di queste stelle, le più giovani, l'argomentazione con cui abbiamo dedotto l'esatta uguaglianza del moto nell'ammasso del Toro difficilmente è applicabile; in particolare in Orione, le cui dimensioni devono essere almeno cento volte maggiori di quelle dell'ammasso del Toro, è possibile che le stelle associate si stiano disperdendo piuttosto rapidamente.

Un gruppo a cui il nome di ammasso mobile può essere applicato più legittimamente si trova nella costellazione di Perseo; è stato scoperto simultaneamente da J. C. Kapteyn, B. Boss e dallo scrivente. Se esaminiamo tutte le stelle del tipo di Orione (tipo B) nella regione del cielo tra A.R. $2''$ e $6''$ e Dec. $+36^\circ$ e $+70^\circ$ (circa un trentesimo dell'intera sfera), troveremo che i loro movimenti rientrano in due gruppi.

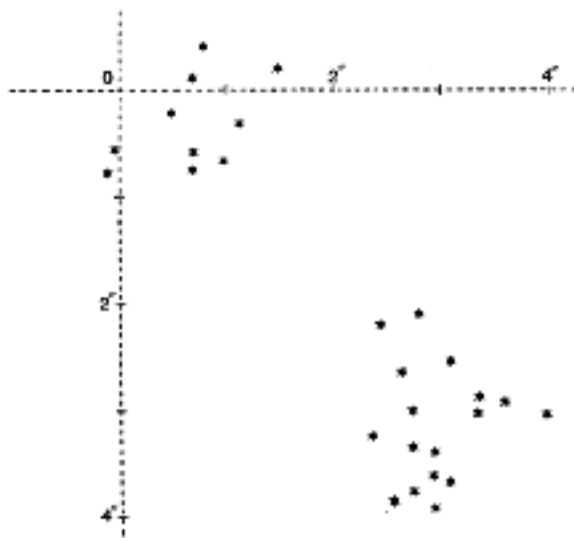


Fig. 4. - Ammasso in movimento delle stelle "Orione" in Perseo

In figura 4 il moto di ciascuna stella è indicato da una croce; la stella ha un moto proprio che la porterebbe dall'origine O alla croce in un secolo. Se tutte le stelle partissero dall'origine nello stesso istante con i loro effettivi moti propri osservati, allora dopo un secolo sarebbero distribuite come mostrato nel diagramma. Solo una stella ha viaggiato oltre i limiti della figura e non è mostrata; con questa eccezione la figura include tutte le stelle di tipo B nella regione per cui sono disponibili dati.

Il gruppo superiore di croci, che è vicino all'origine, è costituito da stelle con moti propri molto piccoli, tutti inferiori a $1''$, 5 per secolo, e che superano di poco il probabile errore delle misure. Queste sono chiaramente le stelle molto remote, e non c'è la minima prova che siano realmente associate l'una all'altra; sembrano aggrapparsi insieme perché la grande distanza rende i loro diversi moti inapprezzabili. Il gruppo inferiore è composto da diciassette stelle che condividono quasi lo stesso moto sia per quanto riguarda la direzione che la magnitudine. Evidentemente formano un ammasso in movimento simile per carattere a quelli che abbiamo considerato. La loro associazione è ulteriormente confermata dal fatto che non sono sparse su tutta l'area studiata, ma occupano una regione limitata di essa.

La tabella 7 mostra le stelle che costituiscono questo gruppo. È stato sottolineato da T. W. Backhouse che i numeri da 742 a 838 fanno parte di un ammasso molto sorprendente visibile a occhio nudo. Le stelle α Persei e σ Persei, che non sono del tipo Orione, sono incluse nell'ammasso visuale; il moto di quest'ultimo non mostra alcuna connessione con questo sistema, ma α Persei sembra appartenergli e può quindi essere aggiunta al gruppo. Anche le altre stelle in questa parte del cielo sono state esaminate per quanto possibile, ma nessuna di esse mostra alcuna

prova di connessione con l'ammasso in movimento. Tutte tranne tre delle stelle sono disposte in una specie di catena, il che potrebbe indicare un ammasso piatto (sul piano del sistema dell'Orsa Maggiore) visto di taglio. È sempre probabile che alcuni membri spuri possano essere inclusi attraverso una coincidenza accidentale di moto, e si può sospettare che le tre stelle periferiche non siano realmente associate al resto; d'altra parte, potrebbero essere considerate membri originali, che sono state maggiormente disturbate da cause estranee rispetto alle altre.

A causa del piccolo moto proprio, il punto di convergenza di questo gruppo non può essere ben determinato. Il moto devia sensibilmente dalla direzione dell'antiapice solare; così che questo ammasso possiede una certa velocità propria a parte quella attribuibile al moto del Sole.

Tabella 7

Ammasso in movimento in Perseo

N. di Boss	Nome Stella	Tipo	Mag.	A. R	Dec.	Moto secolare	Direzione
				h. m.	°	"	°
678	Pi. 220	B5	5.6	2 54	+52	4.3	51
750	30 Persei	B5	5.5	3 11	+44	3.8	55
742	29 Persei	B3	5.3	3 12	+50	4.5	52
744	31 Persei	B3	5.2	3 16	+50	4.2	51
767	Pi. 37	B5	5.4	3 21	+49	3.6	45
780	Brad. 476	B8	5.1	3 22	+49	3.2	47
783	Pi. 56	B5	5.8	3 22	+50	4.9	37
790	34 Persei	B3	4.8	3 24	+49	4.4	57
796	Brad 480	B8	6.1	3 29	+48	4.7	54
817	ψ Persei	B5	4.4	3 36	+48	4.3	42
838	δ Persei	B5	3.0	3 49	+47	4.6	51
898	Pi. 186	B5	5.5	3 51	+48	3.9	40
910	ϵ Persei	B0	2.9	4 1	+40	3.9	49
947	c Persei	B3	4.2		+47	4.4	43
1003	d Persei	B3	4.9	4 14	+46	4.5	55
1253	15 Camelopardi	B3	6.4	5 11	+58	3.5	37
1274	ρ Aurigae	B3	5.3	5 15	+42	4.5	40
772	α Persei	F5	1.7	3 17	+50	3.8	55

Nell'ultima colonna la "direzione" è l'angolo tra la direzione del moto e il cerchio di declinazione a 4 ore A.R.

L'individuazione di queste connessioni tra stelle molto distanti tra loro è un'importante ramo della moderna ricerca stellare; e, man mano che si scopriranno i moti propri di più stelle, è probabile che si faranno altre interessanti scoperte. Sembra utile a questo punto considerare quali siano i criteri esatti in base ai quali possiamo determinare se un gruppo di stelle possiede quella stretta relazione reciproca che è indicata dal termine "ammasso in movimento". Poiché sono disponibili alcune migliaia di moti propri, deve essere possibile, se prendiamo quasi tutte le stelle, selezionarne un certo numero di altre i cui moti concordano approssimativamente con il suo moto. Ciò è particolarmente vero se, essendo sconosciute la parallasse e la velocità radiale, si considera solo la direzione del moto; ma, anche se le velocità fossero note in tutte e tre le coordinate, potremmo individuare gruppi che concordano approssimativamente; proprio come in un piccolo volume di gas devono esserci molte molecole aventi velocità approssimativamente identiche. Chiaramente l'accordo dei moti non è una prova di associazione, a meno che non ci

sia qualche ulteriore condizione che indichi che la coincidenza è in qualche modo notevole. C'è un'ulteriore difficoltà che, come abbiamo già visto nel Capitolo II, le stelle, sparse in tutta la regione dell'universo studiata, mostrano tendenze comuni di movimento, così da essere divise in due grandi flussi di stelle. Dobbiamo stare attenti a non confondere un accordo di movimento derivante da questa condizione cosmica generale con l'associazione molto più intima che si vede nei sistemi del Toro e dell'Orsa Maggiore.

Nel caso degli ammassi del Toro e di Perseo la discriminazione è relativamente semplice. Si tratta di gruppi compatti di stelle, per cui si considera solo una piccola regione del cielo e un piccolo volume di spazio, e le stelle estranee che potrebbero produrre coincidenze casuali non sono numerose. Nell'ammasso del Toro la grandezza del moto rende il gruppo particolare; e, sebbene nell'ammasso di Perseo il moto proprio non sia così grande, abbiamo fatto attenzione a mostrare con il diagramma che è molto distintivo. In quest'ultimo ammasso, inoltre, la somiglianza dei suoi membri nel tipo spettrale ha contribuito a rendere possibile la rivelazione.

Il sistema dell'Orsa Maggiore, che si estende su una vasta parte del cielo, presenta maggiori difficoltà. La discriminazione dei suoi membri più sparsi è stata possibile solo grazie al fatto che il suo movimento è in una direzione molto insolita. Il suo punto di convergenza è molto lontano dall'apice di entrambi i flussi stellari e dall'apice solare, e le stelle che si muovono in quella direzione o nelle sue vicinanze sono rare. Nell'indagine dello scrittore sui due flussi di stelle basata sul Preliminary General Catalogue di Boss, è stata osservata una sorprendente particolarità in una regione, che si è rivelata dovuta a cinque stelle di questo sistema; che cinque stelle che si muovono in questo modo debbano attirare l'attenzione, illustra sufficientemente il fatto che il movimento in questa particolare direzione è eccezionale. Siamo quindi in larga misura protetti da coincidenze casuali; tuttavia, il nostro terreno non è troppo certo e si può ragionevolmente sospettare che uno o due dei membri attualmente assegnati al gruppo si riveleranno spuri.

Quando il presunto ammasso non è confinato a una parte del cielo e a una particolare distanza dal Sole, quando non c'è nulla di notevole nel moto assegnatogli e quando la scelta delle stelle non è sufficientemente limitata dalla considerazione di un particolare tipo spettrale o in altro modo, non si può attribuire molto peso a un accordo approssimativo sul moto. Uno studio statistico attento dei gruppi in queste circostanze avverse potrebbe eventualmente portare a risultati importanti; ma per il momento non possiamo accontentarci di ammettere gruppi le cui credenziali non raggiungono lo standard stabilito.

Nel concludere questo capitolo potremmo provare a riassumere l'importanza della scoperta degli ammassi in movimento nell'astronomia stellare. Un risultato immediato è che nella corrente del Toro e dell'Orsa Maggiore siamo stati in grado di arrivare a una conoscenza precisa della distanza, della distribuzione relativa e della luminosità di stelle che sono di gran lunga troppo remote perché i normali metodi di misura possano avere successo. Un'importante estensione di questa conoscenza può essere prevista quando i moti propri delle stelle più deboli saranno stati determinati con precisione. Inoltre, la possibilità che stelle ampiamente divise nello spazio conservino, per tutta la loro vita fino ad ora, moti che sono uguali e paralleli a un'approssimazione sorprendentemente vicina, è un fatto con cui si deve fare i conti quando si arriva a considerare l'origine e le vicissitudini dei moti stellari. Generalmente le stelle che mostrano queste associazioni appartengono ai primi tipi di spettro; ma nell'ammasso del Toro ci sono molti membri evoluti quanto il nostro Sole, alcuni addirittura di tipo K, mentre nel più diffuso sistema dell'Orsa Maggiore ci sono tre stelle di tipo F. Alcuni di questi sistemi sembrerebbero quindi essere esistiti per un periodo di tempo paragonabile alla durata di vita di una stella media. Stanno vagando attraverso una parte dello spazio in cui sono sparse stelle non appartenenti al loro sistema, intrusi che penetrano proprio tra le stelle dell'ammasso. Tuttavia, l'uguaglianza del moto non è stata seriamente disturbata. È quasi impossibile evitare la conclusione che le attrazioni casuali delle stelle che passano nelle vicinanze non hanno alcun effetto apprezzabile sui moti stellari; e che se i moti cambiano nel corso del tempo (come sembra debbano fare) questo cambiamento

è dovuto non al passaggio delle singole stelle, ma all'attrazione centrale dell'intero universo stellare, che è sensibilmente costante nell'intero volume di spazio occupato da un ammasso in movimento.

5 Il moto del Sole

Fu riconosciuto presto che i movimenti osservati delle stelle erano cambiamenti di posizione rispetto al Sole, e che parte degli spostamenti osservati potevano essere attribuiti al fatto che il Sole stesso era in movimento. La domanda "Qual è il moto del Sole?" solleva subito la difficoltà filosofica che ogni moto è necessariamente relativo. In realtà il modo in cui il moto osservato deve essere suddiviso tra il Sole e la stella è indeterminato; questi corpi si muovono in uno spazio assolutamente privo di riferimenti fissi e la scelta e la definizione di un sistema di riferimento che deve essere considerato a riposo è una questione di convenzione. Probabilmente i filosofi del secolo scorso credevano che l'etere indisturbato fornisse uno standard di quiete che poteva essere opportunamente definito assoluto; anche se a quel tempo non poteva essere compreso nella pratica, era un ideale ultimo che poteva essere utilizzato per dare precisione teorica alle loro affermazioni e argomentazioni. Ma secondo le moderne concezioni dell'etere questo non è più ammissibile. Anche se non arriviamo al punto di scartare del tutto il mezzo-etere, si ritiene generalmente che non si possa attribuire alcun significato all'idea di misurare il moto relativo ad esso; non può essere utilizzato nemmeno teoricamente come standard di quiete.

In pratica, lo standard di quiete è stato la "media delle stelle", una concezione che può essere difficile da definire rigorosamente, ma il cui significato generale è sufficientemente ovvio. Paragonando le stelle a uno stormo di uccelli, possiamo distinguere tra il moto generale dello stormo e i moti di singoli individui. La convenzione è che lo stormo di stelle nel suo insieme debba essere considerato a riposo. Non è necessario ora considerare le ragioni che possono aver suggerito che la media delle stelle fosse uno standard assoluto di quiete; è sufficiente considerarla come uno standard convenzionale, che ha una notevole utilità. Se c'è una vera unità nel sistema stellare, possiamo aspettarci di ottenere una visione più semplice e chiara dei fenomeni riferendoli al centroide dell'insieme piuttosto che a una stella arbitraria come il Sole. Con centroide si intende in pratica il centro di massa (o piuttosto il centro di posizione media) di quelle stelle che si trovano nei cataloghi di moti propri che vengono discussi. Poiché è solo il moto di questo punto che viene preso in considerazione, la sua situazione effettiva nello spazio non è rilevante. Se il moto del centroide variasse considerevolmente a seconda della magnitudine delle stelle utilizzate o della particolare regione del cielo coperta dal catalogo, sarebbe uno standard molto scomodo. Non è ancora certo quale possa essere l'entità delle variazioni derivanti da una particolare selezione di stelle; ma, con il miglioramento dei dati di osservazione, le ampie variazioni mostrate nelle precedenti indagini sono state notevolmente ridotte o spiegate in modo soddisfacente. Al giorno d'oggi, mentre pochi affermerebbero che la "media delle stelle" è in assoluto uno standard preciso, l'indeterminatezza non sembra sufficientemente seria da causare molti inconvenienti.

La determinazione del moto delle stelle nella media relativa al Sole, e la determinazione del moto solare (relativo alla media delle stelle) sono due aspetti dello stesso problema. Il moto relativo, in qualunque modo lo si consideri, è presente nelle nostre osservazioni con una forte tendenza delle stelle a muoversi verso un punto nel cielo, che secondo le migliori misure è vicino a β Columbae. Sebbene le singole stelle possano muoversi in direzioni ampiamente divergenti o addirittura opposte, la tendenza è così marcata che la media di pochissime stelle è generalmente sufficiente a mostrarla. La prima misura di Sir William Herschel¹ nel 1783 fu fatta con sole sette stelle, eppure fu in grado di indicare una direzione che era una buona prima approssimazione. Dai suoi tempi fino agli anni recenti la determinazione del moto solare è stato il problema principale

¹Sir W. Herschel, *Collected Papers*, Vol. 1, p. 108.

in tutte le indagini statistiche della serie di moti propri che venivano misurati di volta in volta. Questa indagine era solitamente associata a una misura della costante di precessione, una quantità fondamentale che è strettamente legata al moto solare nell'analisi. In effetti, entrambe le quantità sono necessarie per definire il nostro quadro di riferimento; il moto solare definisce ciò che deve essere considerato una posizione fissa, e la costante di precessione definisce direzioni fisse tra le stelle in continuo spostamento. Le numerose misure più antiche del moto solare sono ora praticamente sostituite da due risultati pubblicati nel 1910-11, che si basano sul miglior materiale disponibile finora.

La misura di Lewis Boss², basata sui moti propri del suo *Preliminary General Catalogue* di 6188 stelle, dà:

$$\text{Apice solare} \left| \begin{array}{l} \text{A.R. } 270^{\circ}, 5 \pm 1^{\circ}, 5 \\ \text{Decl. } +34^{\circ}, 3 \pm 1^{\circ}, 3 \end{array} \right.$$

La misura di W. W. Campbell³ dalle velocità radiali (misurate spettroscopicamente) di 1193 stelle dà,

$$\text{Apice solare} \left| \begin{array}{l} \text{A.R. } 268^{\circ}, 5 \pm 2^{\circ}, 0 \\ \text{Decl. } +25^{\circ}, 3 \pm 1^{\circ}, 8 \end{array} \right.$$

Campbell non fornisce gli errori probabili, ma i valori approssimativi sopra riportati sono facilmente deducibili dai dati contenuti nel suo articolo.

La discordanza nella declinazione tra questi due risultati, derivati rispettivamente dai moti trasversali e radiali, è notevolmente maggiore di quanto possa essere attribuito agli errori accidentali delle misure. Forse essa può essere attribuita alle diverse classi di stelle utilizzate nelle due indagini. Il risultato di Campbell dipende quasi interamente da stelle più luminose di $5^m, 0$, mentre Boss ha incluso tutte le stelle fino alla sesta magnitudine e molte stelle più deboli. Inoltre, il risultato di Boss dipende più in particolar modo dalle stelle più vicine al Sole; perché nel formare il moto proprio medio in qualsiasi regione le stelle vicine (che hanno i moti angolari più grandi) hanno l'effetto maggiore, mentre nel formare il moto radiale medio le stelle contribuiscono in modo equo indipendentemente dalla distanza. Per quanto si possa giudicare, tuttavia, queste differenze non spiegheranno la discordanza. Boss ha effettuato un'ulteriore misura dell'apice solare, rifiutando stelle più deboli di $6^m, 0$; la posizione risultante A.R. $269^{\circ}, 9$, Dec. $+34^{\circ}, 6$ è quasi identica al suo risultato principale. Lo scrivente⁴, esaminando gli stessi moti propri sulla teoria della deriva delle due stelle, con un metodo che attribuisce uguale peso alle stelle vicine e lontane, è arrivato alla posizione A.R. $267^{\circ}, 3$, Dec. $+36^{\circ}, 4$, ancora una volta un cambiamento appena apprezzabile. La causa della differenza tra i risultati dei moti propri e dei moti radiali rimane quindi oscura.

Una delle caratteristiche più soddisfacenti della misura dell'apice solare da parte di Boss è la concordanza mostrata dalle stelle di diverse latitudini galattiche. Se c'è un moto relativo tra stelle in diverse parti del cielo, ci si aspetterebbe che appaia in una divisione in base alla latitudine galattica. Il seguente confronto dei risultati derivati da regioni di alte e basse latitudini galattiche è fornito da Boss.

²Boss, *Astron. Journ.*, Nos. 612, 614.

³Campbell, *Lick Bulletin*, No. 196.

⁴Eddington, *Monthly Notices*, Vol. 71, p. 4.

Latitudine galattica di zone	Apice solare	
	R.A	Dec.
$da - 7^\circ a + 7^\circ$	269° 40'	+33° 17'“
$da - 19^\circ a - 7^\circ$ e $da + 19^\circ a + 7^\circ$	270° 55'	29° 52'“
$da - 42^\circ a - 19^\circ$ e $da + 42^\circ a + 19^\circ$	269° 51'	34° 18'“
da Polo S. Gal. -42° e da Polo N. Gal. $a + 42^\circ$	270° 32'	36° 27'“

Le differenze sono piuttosto piccole come ci si potrebbe aspettare dagli errori accidentali. Un altro confronto di diverse aree del cielo può essere fatto dai risultati di un'analisi con la teoria delle due derive, che ha il vantaggio che la posizione dipende in modo equo da tutte le stelle utilizzate, invece di (come nel metodo ordinario) le stelle più vicine hanno una quota preponderante. Troviamo,

	Regione	Apice solare	
		R.A	Dec.
Area polare	$Dec. da + 36^\circ a + 90^\circ$	265°, 5'	+37°, 0
	$Dec. da - 36^\circ a - 90^\circ$		
Area equatoriale	$Dec. da - 36^\circ a + 36^\circ$	269°, 4	+36°, 4“

C'è quindi una stabilità molto soddisfacente nella posizione dell'apice determinata da diverse parti del cielo. Le prove sono meno certe per quanto riguarda la sua dipendenza dalla magnitudine e dal tipo spettrale delle stelle. C'è qualche indicazione che la declinazione dell'apice tende ad aumentare per le stelle più deboli; ma non è del tutto conclusivo. L'intervallo di magnitudine nel catalogo di Boss è appena sufficiente a fornire molte informazioni; per quanto riguarda questo, è in contrasto con l'opinione che vi sia una qualsiasi alterazione nell'apice per stelle di magnitudini diverse, poiché, come già menzionato, le stelle più luminose di 6^m , o danno un risultato quasi identico a quello derivato dall'intero catalogo. Dalle stelle di Groombridge (Dec. $+38^\circ$ al Polo Nord), F. W. Dyson e W. G. Thackeray hanno trovato

Magnitudine		Apice solare		No. Stelle
m.	m.	R.A	Dec.	
1.0	4.9	245°	+16°.0	200
5.0	5.9	268°	+27°.0	454
6.0	6.9	278°	+33°.0	1003
7.0	7.9	280°	+38°.5	1239
8.0	8.9	272°	+43°.0	811

Ciò mostra un aumento costante della declinazione con magnitudine decrescente. Tuttavia, si deve notare che l'area coperta dal catalogo Groombridge è particolarmente sfavorevole per una determinazione della declinazione dell'apice.

Altre prove che puntano nella stessa direzione sono state trovate da G. C. Comstock⁵, che ha determinato il moto solare da 149 stelle dalla nona alla dodicesima magnitudine. È stato in grado di ottenere i moti propri di queste stelle, perché erano state misurate micrometricamente come le compagne più deboli delle stelle doppie, ma si era scoperto che non avevano alcuna connessione fisica con le stelle principali. La posizione risultante dell'apice è

R.A 300° Dec. $+54^\circ$

⁵Comstock, *Astron. Journ.*, No. 591.

In una ricerca più recente⁶, lo stesso autore ha utilizzato 479 stelle deboli, con i risultati

Magnitudine da $7^m.0$ a $10^m.0$	Apice A.R. 280°	Dec. $+58^\circ$
Magnitudine da $10^m.0$ a $130^m.0$	288°	Dec. $+71^\circ$

Il peso di queste misure non può essere grande, ma tendono a confermare l'aumento della declinazione con la debolezza delle stelle.

Le indagini precedenti in cui le stelle erano classificate in base alla magnitudine sono quelle di Stumpe e Newcomb. Il primo, utilizzando solo stelle di grande moto proprio, ha trovato una notevole progressione nella declinazione con la debolezza. Newcomb, d'altro canto, che ha utilizzato solo stelle di piccolo moto proprio, ha scoperto che la declinazione è costante. Ora sappiamo che, a causa del fenomeno dello star-streaming, l'esclusione di stelle al di sopra o al di sotto di certi limiti di moto non è legittima, quindi il carattere contraddittorio di questi due risultati non è sorprendente.

L'incertezza comparativa dei moti propri delle stelle più deboli richiede che i risultati basati su di essi siano accolti con cautela. In particolare, poiché la distanza media delle stelle aumenta con la debolezza, il moto parallattico medio diventa più piccolo e un errore sistematico nelle declinazioni di qualsiasi zona ha un effetto maggiore sulla sua direzione apparente. Ciò è particolarmente grave, perché queste indagini sono state solitamente basate solo su stelle del nord o su una regione ancora meno estesa.

Ci sono prove abbastanza coerenti che la declinazione dell'apice solare dipende in una certa misura dal tipo spettrale delle stelle, essendo più a nord per i tipi successivi. Nell'indagine di Boss⁷ sono stati trovati i seguenti risultati,

Tipo	Apice solare		No. Stelle
	R.A	Dec.	
Oe5-B5	$274^\circ.4$	$+34^\circ.9$	490
B8-A4	$270^\circ.0$	$28^\circ.3$	1647
A5-F9	$265^\circ.9$	$28^\circ.7$	656
G	$259^\circ.3$	$42^\circ.3$	444
K	$275^\circ.4$	$+40^\circ.3$	1297
M	$273^\circ.6$	$38^\circ.8$	222

I tipi successivi G, K, M producono quindi una declinazione che differisce notevolmente dai tipi precedenti; o, se preferiamo accantonare i risultati per i gruppi contenenti poche stelle, che possono essere soggetti a grandi errori accidentali, e limitare l'attenzione ai tipi A (B8-A4) e K, la differenza di 12° tra i risultati di queste due classi è evidentemente significativa.

I risultati di Dyson e Thackeray dalle stelle di Groombridge mostrano lo stesso tipo di progressione.

Tipo	Apice solare		No. Stelle
	R.A	Dec.	
B,A	269°	$+23^\circ$	1100
F,G,K	273°	37°	866

Altre ricerche su questa relazione dipendono principalmente dalle stelle ora incluse nel catalogo di Boss, e utilizzate nella sua discussione. Non sembra quindi necessario citarle.

⁶Comstock, *Astron. Journ.*, No. 655.

⁷Boss, *Astron. Journ.*, Nos. 623-4.

Per riassumere i risultati a cui siamo arrivati, sembra che possiamo assegnare un punto nel cielo a circa A.R. 270°, Dec, +34° verso cui è diretto il moto del Sole rispetto al sistema stellare. Per qualche ragione al momento sconosciuta, le misure di questo punto per mezzo delle velocità radiali spettroscopiche differiscono sensibilmente da quelle basate sui moti trasversali, dando una declinazione di circa 10° inferiore al punto menzionato. Quando si esaminano diverse parti del cielo, i risultati sono generalmente in buon accordo, per cui può esserci poco moto relativo delle stelle nel loro insieme nelle diverse regioni. Ci sono alcune prove che l'apice solare aumenta in declinazione man mano che si considerano stelle via via più deboli, e sembra certo che per i tipi successivi di spettro la declinazione sia più alta che per i tipi precedenti. Per tutte le cause l'apice solare di un gruppo speciale di stelle può (a parte l'errore accidentale) variare da circa +25° a + 40° in declinazione; le variazioni nell'ascensione retta sembrano essere piccole e accidentali.

La velocità con cui il Sole si muove nella direzione così trovata può essere misurata solo dai moti radiali. Il risultato derivato dalla più grande quantità di dati è 19.5 km/s.

L'attenzione è stata profusa nell'indagine del moto solare, non solo a causa del suo interesse intrinseco, ma anche perché è un'unità di grande importanza in molte indagini sulla distribuzione delle stelle più distanti. Il moto annuale o centenario del Sole è un'unità naturale di confronto nel trattare con il sistema stellare, generalmente sostituendo il raggio dell'orbita terrestre, che è troppo piccolo per essere impiegato tranne che per alcune delle stelle più vicine. Fornisce una linea di base molto più lunga di quella che si può ottenere con le osservazioni di parallasse; perché il moto annuale del Sole ammonta a quattro volte il raggio dell'orbita terrestre, e si può usare il moto di cinquanta o cento anni, o anche di più. Lo spostamento apparente della stella attribuibile al moto solare è chiamato *moto parallattico*. Determinando il moto parallattico (in arco) di qualsiasi classe di stelle, si può trovare la loro distanza media, proprio come la distanza di una singola stella si trova dalla sua parallasse annuale. Non è possibile trovare tramite osservazione il moto parallattico di una singola stella, perché è combinato con il moto individuale della stella; ma per un gruppo di stelle che non ha moto sistematico rispetto alle altre stelle, questi moti individuali si annulleranno in media.

Può essere opportuno aggiungere alcune osservazioni sulla teoria della determinazione del moto solare dalle osservazioni. Il metodo solitamente adottato per discutere una serie di moti propri è quello noto come di Airy.

Prendiamo come assi rettangolari, Ox diretto all'equinozio di primavera, Oy a A.R. 90°, e Oz al polo nord. Il moto parallattico (opposto al moto solare) può essere rappresentato da un vettore, con componenti X, Y, Z , diretto all'antiapice solare. X, Y, Z si suppone siano espressi in archi, così da dare il moto parallattico di una stella a una distanza corrispondente alla parallasse media di tutte le stelle considerate.

Prendendo una piccola area del cielo, il moto proprio medio delle stelle nell'area sia μ_α, μ_δ rispettivamente in ascensione retta e declinazione. Quindi, considerando la proiezione di (X, Y, Z) sull'area considerata, abbiamo

$$\begin{aligned} -X \sin \alpha + Y \cos \alpha &= \mu_\alpha \\ -X \cos \alpha \sin \delta - Y \sin \alpha \sin \delta + Z \cos \delta &= \mu_\delta \end{aligned}$$

dove si suppone che queste stelle siano alla stessa distanza media delle altre e che i loro singoli movimenti si annullino. Se queste ipotesi non sono esattamente soddisfatte, è probabile che le deviazioni siano principalmente di carattere accidentale. Prendendo le equazioni di cui sopra per ciascuna regione, si può quindi trovare una soluzione ai minimi quadrati per determinare X, Y, Z . L'ascensione retta e la declinazione A, D dell'antiapice solare sono date da

$$\begin{aligned} \tan A &= \frac{Y}{X} \\ \tan D &= Z (X^2 + Y^2)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Termini aggiuntivi nelle equazioni di condizione che coinvolgono la correzione alla costante di precessione e al moto dell'equinozio vengono spesso inseriti, ma non devono interessarci qui. Quando si considerano le stelle distribuite uniformemente su tutto il cielo, i termini aggiuntivi non hanno alcun effetto sul risultato.

Sebbene l'argomento sia più chiaro quando utilizziamo il moto proprio medio su un'area per formare equazioni di condizione, è del tutto legittimo utilizzare ogni stella separatamente. Infatti, è facile vedere che le equazioni normali risultanti sono praticamente identiche nelle due procedure. Utilizzando il moto proprio medio, è più facile e più naturale attribuire pesi uguali a aree uguali del cielo anziché ponderare in base al numero di stelle; questo è generalmente un vantaggio. Inoltre, il lavoro numerico è abbreviato.

Ci sono due punti deboli nel metodo di Airy. Innanzitutto il moto proprio medio (che, se non formato separatamente per ogni area, è virtualmente formato nella soluzione dei minimi quadrati) è generalmente costituito da pochi grandi moti e da un gran numero di estremamente piccoli. Si tratta quindi di una quantità molto fluttuante, la presenza o l'omissione di uno o due dei più grandi moti fa una grande differenza nella media. In una determinazione basata nominalmente su 6000 stelle, la maggioranza può svolgere solo una parte passiva nel risultato, e l'accuratezza del risultato è scarsamente proporzionale alla grande quantità di materiale utilizzato. Il secondo punto è più serio, poiché porta a un errore sistematico. Abbiamo ipotizzato che la parallasse media delle stelle in ogni area differisca solo per fluttuazioni accidentali dalla media dell'intero cielo; ma non è così. Le stelle vicine al piano galattico hanno una parallasse sistematicamente più piccola di quelle vicine ai poli galattici.

È stato spesso riconosciuto che questa proprietà del piano galattico può causare un errore sistematico nell'apice derivato dalla discussione di una parte limitata del cielo. Forse non è così generalmente noto che causerà errori anche quando viene utilizzato l'intero cielo. Sembra valga la pena esaminare questo punto a lungo. Fortunatamente si scopre che l'errore non è molto grande ma questo difficilmente avrebbe potuto essere previsto.

Se la parallasse media in qualsiasi area è p volte la parallasse media per l'intero cielo, possiamo tenere conto della variazione con la latitudine galattica impostando

$$p = 1 + \epsilon P_2(\cos \theta)$$

dove θ è la distanza dal polo galattico, ϵ un coefficiente, e

$$P_2(\mu) = \frac{1}{2}(3\mu^2 - 1)$$

Considereremo il caso in cui le osservazioni si estendono uniformemente su tutto il cielo.

Le equazioni di condizione dovrebbero quindi essere scritte

$$\begin{aligned} -Xp \sin \alpha + Yp \cos \alpha &= \mu_\alpha \\ -Xp \cos \alpha \sin \delta - Yp \sin \alpha \sin \delta + Zp \cos \delta &= \mu_\delta \end{aligned}$$

Vogliamo reinterpretare i risultati di un ricercatore che non ha preso in considerazione p . Formiamo quindi equazioni normali, proprio come farebbe lui, vale a dire, dalle ascensioni rette:

$$\begin{aligned} -X \sum p \sin^2 \alpha + Y \sum p \sin \alpha \cos \alpha &= -\sum \mu_\alpha \sin \alpha \\ -X \sum p \sin \alpha \cos \alpha + Y \sum p \cos^2 \alpha &= \sum \mu_\alpha \cos \alpha \end{aligned}$$

e dalle declinazioni:

$$\begin{aligned} X \sum p \cos^2 \alpha \sin^2 \delta + Y \sum p \sin \alpha \cos \alpha \sin^2 \delta - Z \sum p \cos \alpha \sin \delta \cos \delta &= -\sum \mu_\delta \cos \alpha \sin \delta \\ X \sum p \sin \alpha \cos \alpha \sin^2 \delta + Y \sum p \sin^2 \alpha \sin^2 \delta - Z \sum p \sin \alpha \sin \delta \cos \delta &= -\sum \mu_\delta \sin \alpha \sin \delta \\ -X \sum p \cos \alpha \sin \delta \cos \delta - Y \sum p \sin \alpha \sin \delta \cos \delta + Z \sum p \cos^2 \delta &= \sum \mu_\delta \cos \delta \end{aligned}$$

dando le equazioni combinate:

$$\begin{aligned}
& X \sum p (\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \sin^2 \delta) - Y \sum p \sin \alpha \cos \alpha \cos^2 \delta - Z \sum p \cos \alpha \sin \delta \cos \delta = \\
& \quad = - \sum (\mu_\alpha \sin \alpha + \mu_\delta \cos \alpha \sin \delta) \\
& -X \sum p \sin \alpha \cos \alpha \cos^2 \delta + Y \sum p (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \delta) - Z \sum p \sin \alpha \sin \delta \cos \delta = \\
& \quad = \sum (\mu_\alpha \cos \alpha - \mu_\delta \sin \alpha \sin \delta) \\
& -X \sum p \cos \alpha \sin \delta \cos \delta - Y \sum p \sin \alpha \sin \delta \cos \delta + Z \sum p \cos^2 \delta = \sum \mu_\delta \cos \delta
\end{aligned}$$

Ora, è chiaro che non può fare alcuna differenza in una soluzione ai minimi quadrati se risolviamo i nostri moti propri in ascensione retta e declinazione o in latitudine e longitudine galattiche. Il valore del moto solare, che rende la somma dei quadrati dei residui in A.R. e Dec. un minimo, deve essere lo stesso di quello che rende la somma dei quadrati dei residui in Lat. e Long. Gal. un minimo. Possiamo quindi trattare una soluzione come se fosse stata fatta in coordinate galattiche, sebbene il lavoro effettivo sia stato fatto in coordinate equatoriali.

Siano quindi a, δ ora per longitudine e latitudine galattiche, in modo che X, Y, Z sia il vettore di moto parallelo riferito a coordinate galattiche rettangolari. Avremo

$$p = 1 + \frac{1}{2}\epsilon (3 \sin^2 \delta - 1)$$

Preso su una sfera intera il valore medio di

$$\begin{aligned}
p (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin^2 \delta) &= \frac{2}{3} + \frac{1}{15}\epsilon \\
p (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \sin^2 \delta) &= \frac{2}{3} + \frac{1}{15}\epsilon \\
p \cos^2 \delta &= \frac{2}{3} - \frac{2}{15}\epsilon
\end{aligned}$$

Gli altri coefficienti svaniscono quando vengono integrati su una sfera. Quindi le equazioni normali diventano (ponendo N per il numero totale di stelle utilizzate)

$$\begin{aligned}
\frac{2}{3}X \left(1 + \frac{1}{10}\epsilon\right) &= - \frac{\sum (\mu_\alpha \sin \alpha + \mu_\delta \cos \alpha \sin \delta)}{N} \\
\frac{2}{3}Y \left(1 + \frac{1}{10}\epsilon\right) &= \frac{\sum (\mu_\alpha \cos \alpha - \mu_\delta \sin \alpha \sin \delta)}{N} \\
\frac{2}{3}Z \left(1 - \frac{1}{5}\epsilon\right) &= \frac{\sum (\mu_\delta \cos \delta)}{N}
\end{aligned}$$

E se X_0, Y_0, Z_0 sono le soluzioni ottenute quando si trascura il termine P_2

$$X \left(1 + \frac{1}{10}\epsilon\right) = X_0 \quad Y \left(1 + \frac{1}{10}\epsilon\right) = Y_0 \quad Z \left(1 - \frac{1}{5}\epsilon\right) = Z_0$$

Le latitudini galattiche originaria e corretta dell'anti apice diventano λ_0, λ , abbiamo

$$\tan \lambda = \frac{\left(1 + \frac{1}{10}\epsilon\right)}{X \left(1 - \frac{1}{5}\epsilon\right)} \tan \lambda_0$$

mentre la longitudine galattica rimane inalterata.

L'effetto della diminuzione della parallasse verso il piano galattico è quindi quello di rendere λ_0 numericamente inferiore a λ . La posizione errata dell'apice solare è troppo vicina al piano galattico.

Inserendo valori numerici, $\lambda_0 = 20^\circ$, e ϵ potrebbe forse essere $4\frac{1}{3}$ (cioè, parallasse media al polo/parallasse media nel piano $= \frac{8}{5}$), troviamo $\lambda = 21^\circ 57'$. La correzione è di poco inferiore a 2° . Tornando alle coordinate equatoriali, la correzione riguarda principalmente l'ascensione retta, poiché quella fornita dalla soluzione ordinaria è circa $2^\circ, 4$ troppo grande.

È abbastanza pratico elaborare le correzioni corrispondenti, quando i moti propri coprono solo un'area del cielo limitata dai cerchi di declinazione. In questo caso dobbiamo mantenere le coordinate equatoriali per tutto il tempo ed esprimere $P_2(\cos \theta)$ in termini di a e δ . I valori medi delle funzioni di $\sin a$, $\cos a$, $\sin \delta$ e $\cos \delta$ che si verificano sono facilmente valutati per la porzione di sfera utilizzata. Poiché il lavoro numerico dipende dalla zona specifica scelta, non approfondiremo ulteriormente questo argomento.

Un secondo metodo per trovare l'apice solare partendo dai moti propri, noto come metodo di Bessel, è stato utilizzato da H. Kobold⁸. Si osserva che ogni stella si muove lungo un cerchio massimo sulla sfera celeste. Consideriamo i poli di questi grandi cerchi. Se tutti i moti stellari convergessero verso un punto sulla sfera, i poli si troverebbero tutti lungo il cerchio massimo equatoriale fino a quel punto. Pertanto, la tendenza delle stelle a muoversi verso l'antiapice solare dovrebbe essere indicata da un affollamento dei poli verso il grande cerchio equatoriale fino all'antiapice. Ciò consente di individuare la direzione del moto solare individuando il piano di massima concentrazione dei poli. Tuttavia, occorre notare che questo metodo non fa distinzioni tra i due modi in cui una stella può muoversi lungo la sua vera circonferenza. Due stelle che si muovono in direzioni esattamente opposte avranno lo stesso polo. Un paradosso potrebbe sostenere che, poiché l'effetto del moto solare è quello di far sì che un numero minimo di stelle si spostino verso l'apice solare, il moto solare sarà indicato da una tendenza dei poli a evitare il piano equatoriale nella sua direzione. Tuttavia, se i singoli movimenti vengono distribuiti secondo la legge degli errori, si scoprirà che l'affollamento sul piano supera l'annullamento, cosicché il metodo è legittimo, anche se forse un po' insensibile. Ma se i singoli movimenti seguono qualche altra legge, il risultato potrebbe essere del tutto errato. Alla luce delle moderne conoscenze sulla presenza di due flussi di stelle, il metodo di Bessel non può più essere considerato un modo ammissibile per trovare l'apice solare; ma è interessante dal punto di vista storico, perché nelle mani di Kobold per la prima volta prefigurava l'esistenza della peculiare distribuzione dei moti stellari che è l'argomento del prossimo capitolo.

La determinazione del moto solare a partire dalle velocità radiali non presenta alcuna difficoltà. Se (X, Y, Z) è il vettore che rappresenta il moto parallattico in misura lineare, ogni stella produce un'equazione di condizione:

$$X \cos \alpha \cos \delta + Y \sin \alpha \cos \delta + Z \sin \delta = \text{velocità radiale}$$

Si trova quindi una soluzione ai minimi quadrati, trattando i singoli moti delle stelle come se fossero errori accidentali. Il lavoro numerico può essere abbreviato utilizzando nelle equazioni di condizione la velocità radiale media per una piccola area del cielo, al posto dei singoli risultati. Le equazioni normali risultanti rimangono praticamente inalterate e non vi è alcun vantaggio teorico.

⁸Kobold, *Nova Acta der Kais. Leop. Carol. Deutschen Akad.*, Vol. 64 ; *Astr. Nach. Nos.* 3163, 3435, 3591.

6 I due flussi stellari

IL moto osservato di qualsiasi stella può essere considerato composto da due parti; una parte, che è attribuibile al moto del Sole come punto di riferimento, è il moto parallattico; e l'altra parte residua è il *motus peculiaris* della stella o moto individuale. Bisogna tenere presente che questa divisione non può generalmente essere effettuata in pratica per il moto proprio di una stella; perché, sebbene il moto parallattico in misura lineare sia noto, non possiamo dire quanto ammonterà in misura angolare, a meno che non conosciamo la distanza della stella, e questo è molto raramente il caso. D'altra parte, le velocità razziali spettroscopiche, essendo in misura lineare, possono sempre essere liberate dal moto parallattico, se lo si desidera. Poiché la maggior parte della nostra conoscenza dei moti stellari deriva dai moti propri, non possiamo studiare direttamente i *motus peculiares*, ma dobbiamo dedurre i fenomeni che li riguardano da uno studio statistico dei moti totali.

Nelle ricerche sul moto solare, si è di solito, anche se non sempre, supposto che i *motus peculiares* delle stelle siano casuali. Questa era l'ipotesi naturale da fare, quando non si sapeva nulla della distribuzione di questi moti residui; e certamente, quando consideriamo quanto siano vasti gli spazi che isolano una stella dalla sua vicina, e quanto deboli debbano essere le forze gravitazionali esercitate su tali distanze, potrebbe ben sembrare improbabile che una qualsiasi tendenza o relazione generale possa collegare il moto individuale di una stella con un'altra. Eppure molti anni fa il fenomeno delle derive locali delle stelle, o, come vengono chiamate ora, ammassi in movimento, era noto. Ma sebbene tali casi di deviazione dalla rigida legge della distribuzione casuale dei moti debbano essere stati riconosciuti come verificatisi eccezionalmente, probabilmente pochi astronomi dubitavano che l'ipotesi fosse sostanzialmente corretta. Nel 1904, tuttavia, il Prof. J. C. Kapteyn¹ dimostrò che esiste una peculiarità fondamentale nei movimenti stellari, e che non sono nemmeno approssimativamente casuali. Questa deviazione non è limitata a certe località, ma prevale in tutti i cieli, ovunque siano disponibili statistiche sui moti per testarla.

Invece di muoversi indiscriminatamente in tutte le direzioni, come implica una distribuzione casuale, le stelle tendono a muoversi in due direzioni privilegiate. Non importa se il moto parallattico viene eliminato o meno. Una tendenza a muoversi in una direzione favorita scomparirebbe, quando il moto parallattico venisse rimosso; ma una tendenza in due direzioni può essere solo una proprietà intrinseca dei singoli moti delle stelle. Può sembrare strano che questo fenomeno sorprendente sia stato così a lungo trascurato da coloro che lavoravano sui moti propri; ma solitamente i ricercatori, avendo in mente soprattutto il moto solare, come primo passo per raccogliere i dati in una forma gestibile, raggruppavano le stelle in piccole regioni del cielo e utilizzavano il moto medio. Ciò purtroppo tende a nascondere ogni particolarità nei singoli moti. Per mostrare il fenomeno è necessario trovare un modo per mostrare le statistiche dei singoli moti stellari; ciò può essere fatto convenientemente nel modo seguente.

Limitando la nostra attenzione a un'area limitata del cielo, in modo che i moti apparenti siano visti proiettati su quello che è praticamente un piano, contiamo il numero di stelle osservate muoversi nelle diverse direzioni. Se nella classificazione delle direzioni procediamo per passi di 10° , formeremo quindi una tabella del numero di stelle che si muovono in 36 direzioni, verso angoli di posizione $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ \dots 350^\circ$.

¹Kapteyn, Address before St. Louis Exposition Congress, 1904.

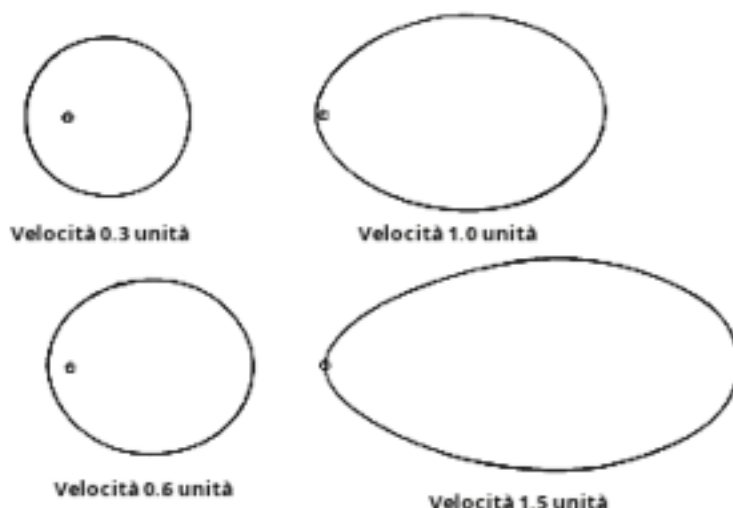


Fig. 5. - Curve semplici di deriva

Il risultato può essere opportunamente mostrato su un diagramma polare, cioè, viene disegnata una curva in modo che il raggio sia proporzionale al numero di stelle che si muovono nella direzione corrispondente.

Prima di considerare i diagrammi effettivamente derivati dall'osservazione, esaminiamo quale forma di curva si otterrebbe se l'ipotesi di moti casuali fosse corretta. La curva non sarebbe un cerchio a causa del moto parallattico; poiché questi moti osservati sono riferiti al Sole, si sovrapporrebbe ai singoli moti casuali quello dello sciame di stelle nel suo complesso. Se, ad esempio, quest'ultimo moto fosse verso nord, allora chiaramente ci sarebbe un numero massimo di stelle che si muovono verso nord e un numero minimo verso sud, il numero che diminuisce simmetricamente su entrambi i lati da nord a sud. La forma esatta può essere calcolata sull'ipotesi di distribuzione casuale; essa varia con l'entità del moto parallattico rispetto al *motus peculiaris* medio, risultando tanto più allungata quanto più grande è il moto parallattico. In fig. 5 sono forniti esempi di questa curva; si può notare quanto sia sensibile la forma della curva a un piccolo cambiamento nella velocità parallattica. È conveniente avere un nome per un sistema come quello rappresentato in queste figure, in cui i singoli moti sono casuali, ma il sistema nel suo complesso è in movimento rispetto al Sole; chiamiamo tutti un sistema del genere una *deriva*.

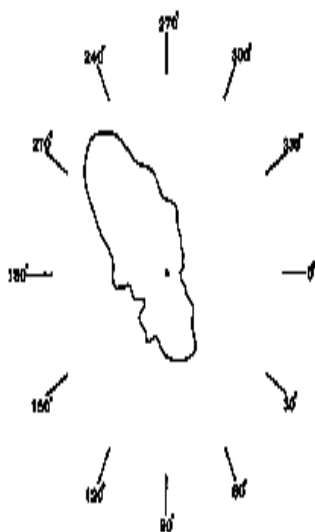


Fig. 6. - Distribuzione osservata del moto proprio.

(Groombridge Catalogue - A.R. da 14^h a 18^h , Dec. da $+38^\circ$ a $+70^\circ$)

Come esempio di una curva che rappresenta la distribuzione osservata dei moti propri prendiamo la fig. 6.² Questa corrisponde a una regione del cielo tra AR 14^h e 18^h , Dec $+38^\circ$ e $+70^\circ$, i moti propri sono presi dalla "New Reduction of Groombridge's Catalogue" di Dyson e Thackeray. I moti di 425 stelle sono qui riassunti. È abbastanza chiaro che nessuna delle singole curve di deriva della fig. 5 può essere adattata a questa curva derivata dall'osservazione. La sua forma (considerata la posizione dell'origine) è del tutto diversa. Nessuna delle curve teoriche le corrisponde nemmeno nel modo più approssimativo. Si noterà che ci sono due direzioni di moto preferite; le stelle fluiscono nelle direzioni 80° e 225° , quest'ultima essendo l'allungamento più pronunciato. Il numero effettivo di stelle che si muovono in ogni direzione è riportato nella quinta colonna della Tabella 8 qui sotto. Nessuna delle direzioni preferite coincide con quella verso l'antiapice solare, vale a dire 205° , per questa parte del cielo. È vero che il moto medio di tutte queste stelle è verso l'antiapice, ma vediamo che questa è semplicemente una media matematica tra i due flussi parzialmente opposti che sono rivelati nel diagramma.

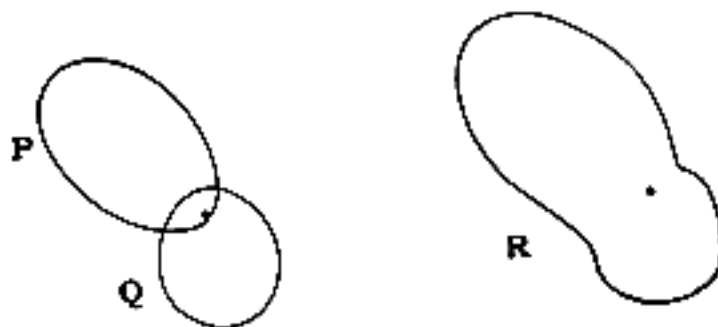


Fig. 7. - Distribuzione calcolata dei moti propri.

È possibile ottenere una figura teorica che corrisponderà approssimativamente alla fig. 6 nel modo seguente. Supponiamo che, invece della deriva singola che abbiamo finora considerato, ci siano due derivate di stelle. Lasciamo che una, composta da 202 stelle, si muova nella direzione 225° con velocità³ 1, 20, e l'altra, composta da 232 stelle, si muova nella direzione 80° con la velocità molto più piccola 0, 45. Le curve corrispondenti sono P e Q, fig. 7. Se queste fossero viste mescolate insieme nel cielo, la distribuzione risultante sarebbe rappresentata dalla curva R. Ogni raggio di R è, naturalmente, formato sommando insieme i raggi corrispondenti di P e Q. Se R è attentamente confrontato con la curva osservata, si vedrà che la somiglianza è stretta. I confronti numerici illustrati da questi diagrammi sono riportati nella Tabella 8; in essa si dimostra che sommando due derivate teoriche si ottiene approssimativamente la distribuzione osservata dei movimenti. Senza arrivare alla conclusione che una combinazione di due semplici derivate stellari rappresenterà la distribuzione effettiva in tutti i suoi dettagli, possiamo almeno affermare che essa rappresenta le sue caratteristiche principali, mentre non si può ottenere nemmeno la più rozza approssimazione con una singola deriva, ad esempio, con l'ipotesi di moti casuali.

Come ulteriore illustrazione, possiamo prendere la Fig. 8, che si riferisce a una parte diversa del cielo, i moti propri questa volta sono tratti dal Preliminary General Catalogue di Boss. La curva più in alto, che ha un aspetto così interessante, è derivata dai moti propri osservati. La curva B è la migliore approssimazione che può essere trovata sull'ipotesi di una distribuzione casuale dei moti più il moto parallattico. Si può osservare che, poiché l'apice solare è un punto piuttosto ben determinato, la direzione di allungamento della curva B non è arbitraria; è necessario disegnarla puntando nella direzione nota del moto parallattico.

²Eddington, *Monthly Notices*, Vol. 67, p. 34 (Region F).

³La velocità unitaria $1/h$, che è correlata al moto individuale medio, è definita nella teoria matematica nel capitolo successivo.

Tabella 8

Analisi dei moti propri nella Regione A.R. da 14^h a 18^h, Dec. da +38° a +70°

Direzione	Calcolato			Osservata	Differenza Oss-Calc.
	Deriva I	Deriva II	Totale		
5°	0	6	6	4	-2
15	0	7	7	5	-2
25	0	8	8	6	-2
35	0	10	10	9	-1
45	0	11	11	10	-1
55	0	12	12	14	+2
65	0	12	12	14	+2
75	0	13	13	14	+1
85	0	13	13	13	0
95	0	12	12	12	0
105	1	12	13	10	-3
115	1	11	12	11	-1
125	1	10	11	10	-1
135	1	8	9	10	+1
145	2	7	9	7	-2
155	3	6	9	9	0
165	5	6	11	9	-2
175	7	5	12	14	+2
185	11	4	15	14	-1
195	15	4	19	16	-3
205	19	3	22	21	-1
215	23	3	26	27	+1
225	24	3	24	29	+2
235	23	3	26	26	0
245	19	3	22	19	-3
255	15	3	18	17	-1
265	11	3	14	12	-2
275	7	3	10	11	+1
285	5	3	8	11	+3
295	3	3	6	8	+2
305	2	3	5	7	+2
315	1	3	4	6	+2
325	1	4	5	6	+1
335	1	4	5	5	0
345	1	5	6	5	-1
355	0	6	6	4	-2
Totale	202	232	434	425	—

La curva C' è un'approssimazione ottenuta combinando due derivate stellari; anche queste non sono state considerate arbitrarie nella direzione, ma sono state puntate verso apici appropriati dedotti da una discussione generale dell'intero cielo. È molto probabile che ci siano differenze tra A e C che non sono puramente accidentali, ma si ammetterà almeno che, mentre la curva B ha appena qualche somiglianza con la curva osservata, la curva C riproduce tutte le caratteristiche principali della distribuzione, e da essa possiamo, se lo desideriamo, procedere a investigare le irregolarità dei dettagli.

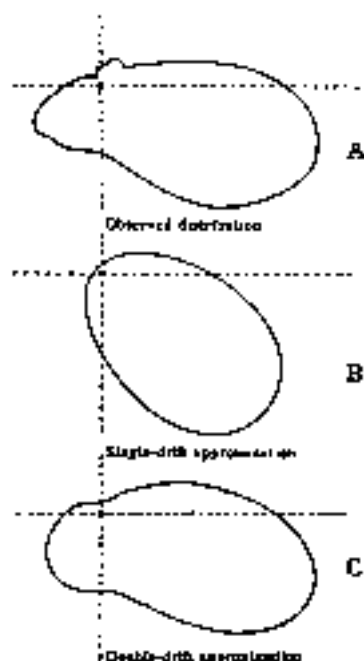


Fig. 8. - Distribuzione osservata e calcolata dei moti propri. (Boss, Regione VIII)

Gli esempi precedenti illustrano un metodo di analisi che è stato applicato con successo a molte parti del cielo. Consiste nel trovare, generalmente per tentativi ed errori, una combinazione di due derivate che darà una distribuzione di moti che concordano strettamente con quella effettivamente osservata. Nel confrontare i risultati ottenuti da diverse parti del cielo, bisogna ricordare che stiamo studiando le proiezioni bidimensionali di un fenomeno tridimensionale e che l'aspetto dei diagrammi varierà al variare delle circostanze della proiezione. La serie più accurata di moti propri attualmente disponibile è contenuta nel "Catalogo generale preliminare" di Lewis Boss, ed è di particolare interesse esaminare a fondo i risultati che se ne possono ricavare⁴. Il catalogo contiene 6188 stelle ben distribuite in tutto il cielo; praticamente tutte le stelle fino alla sesta magnitudine sono incluse, e le stelle più deboli sembrano essere abbastanza rappresentative e non sono state selezionate in base alle dimensioni dei loro moti propri. È stato raggiunto uno standard molto elevato nell'eliminazione dell'errore sistematico, la causa principale dei problemi in queste ricerche, anche se senza dubbio c'è ancora una possibilità di miglioramento in questo senso. Non ci può essere dubbio che il catalogo rappresenti i migliori dati che è attualmente possibile utilizzare.

Dopo aver escluso alcune classi⁵ di stelle per vari motivi, ne sono rimaste 5322 da esaminare. Queste sono state divise tra diciassette regioni del cielo, ciascuna delle quali consisteva in un gruppo compatto nell'emisfero settentrionale insieme a uno antipodale nell'emisfero meridionale. Prendendo insieme aree opposte in questo modo, raddoppiamo il numero di stelle senza estendere eccessivamente la regione, perché le circostanze della proiezione in regioni opposte sono identiche. Le regioni furono numerate da I. a XVII., dove I. era l'area circolare da Dec. $+70^\circ$ al Polo; da II. a VII. formavano la fascia tra $+36^\circ$ e $+70^\circ$ con centri rispettivamente a $0^h, 4^h, 8^h, 12^h, 16^h$ e 20^h ; e da VIII. a XVII. formavano la fascia da 0° a $+86^\circ$ con centri a $1^h 12^m, 3^h 36^m$, ecc. (Queste sono le posizioni delle porzioni settentrionali; in ogni caso deve essere inclusa anche la parte antipodale del cielo.)

I diagrammi per 11 delle 17 regioni sono riportati nella fig. 9. Le frecce contrassegnate con Antapex indicano l'antiapice del moto solare (A.R. $90^\circ, 5$, Dec. $-34^\circ, 3$); le frecce I. e II. indicano

⁴Eddington, *Monthly Notices*, Vol. 71, p. 4.

⁵Cioè, stelle del tipo di Orione, membri di ammassi in movimento e i componenti più deboli di sistemi binari.

gli apici delle due derive, trovati dai risultati raccolti di questa discussione. Si vedrà che la prova dell'esistenza di due flussi stellari è molto forte. La tendenza a muoversi nelle direzioni delle frecce I. e II. è chiaramente visibile, e non è necessario sottolineare ancora una volta che non vi è alcuna somiglianza con una curva simmetrica a deriva singola che punta lungo la freccia dell'antiapice.

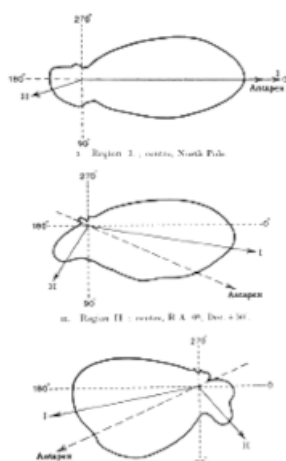


Fig. 9. - Diagramma dei moti propri del Preliminary General Catalogue di Boss.

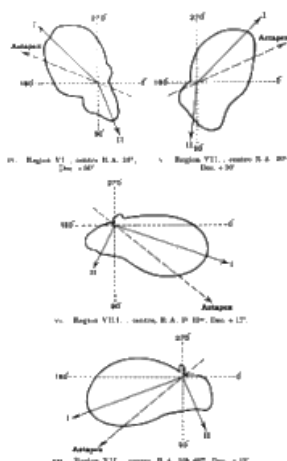


Fig. 9. (continua) - Diagramma dei moti propri del Preliminary General Catalogue di Boss,

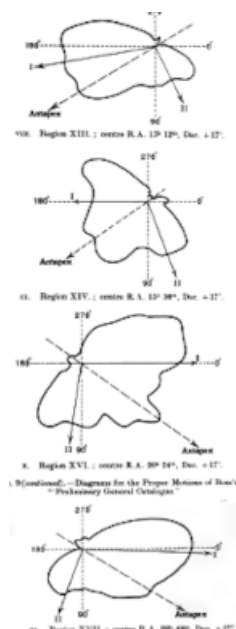


Fig. 9. (continua) - Diagramma dei moti propri del Preliminary General Catalogue di Boss,

In alcuni casi, in particolare nelle regioni XIV e XVI, sembra esserci una corrente verso l'antiapice *in aggiunta* alla corrente nelle direzioni delle due derive, cosicché la curva appare trilobata, come una foglia di trifoglio. Questa è una precisazione importante della nostra conclusione, ma per ora, non ne discuteremo; più avanti verrà presa in considerazione in modo completo. Le undici regioni scelte per la rappresentazione sono quelle in cui la separazione in due derive dovrebbe essere indicata più chiaramente. Si comprenderà che ci sono parti del cielo in cui la proiezione non sono nettamente separate. In effetti deve esserci un piano di proiezione sul quale le derive hanno identici moti trasversali e quindi diventerebbero indistinguibili, se non ricorrendo alle velocità radiali. Il fatto poi che nelle regioni qui non rappresentate il fenomeno si manifesti in modo meno evidente non indebolisce affatto l'argomentazione, ma anzi la conferma.

Supponiamo ora di essere riusciti ad analizzare i moti stellari in ciascuna delle diciassette regioni nelle loro derive costituenti e di aver così determinato le direzioni e le velocità delle due derive in diciassette punti della sfera celeste. Se il moto di deriva in ogni regione è realmente lo stesso moto osservato in diverse proiezioni, dobbiamo scoprire che tracciando le direzioni su un globo tutte convergeranno verso un punto. Ciò sarà vero per ogni deriva separatamente. La convergenza effettivamente trovata è mostrata nelle fig. 10 e 11.

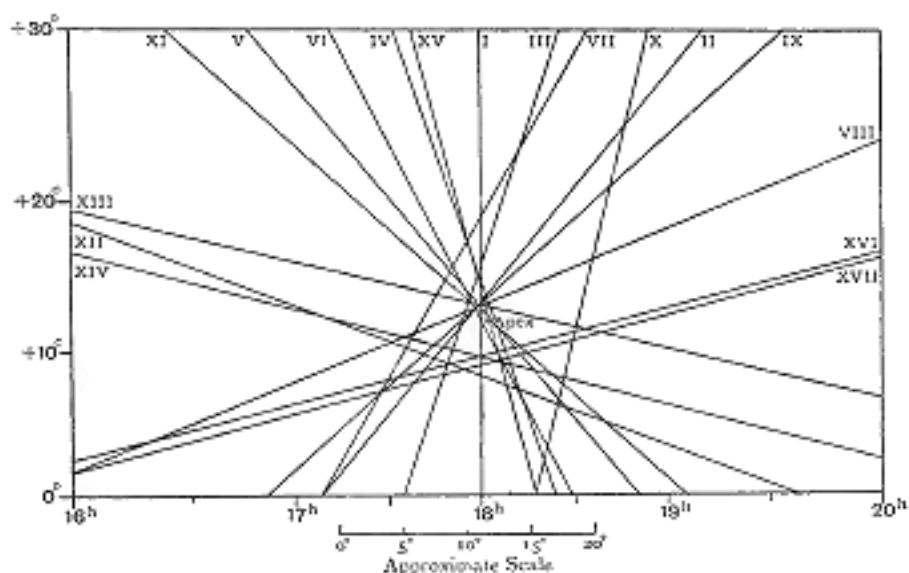


Fig. 10. - Convergenza delle direzioni di deriva I. da 17 Regioni.

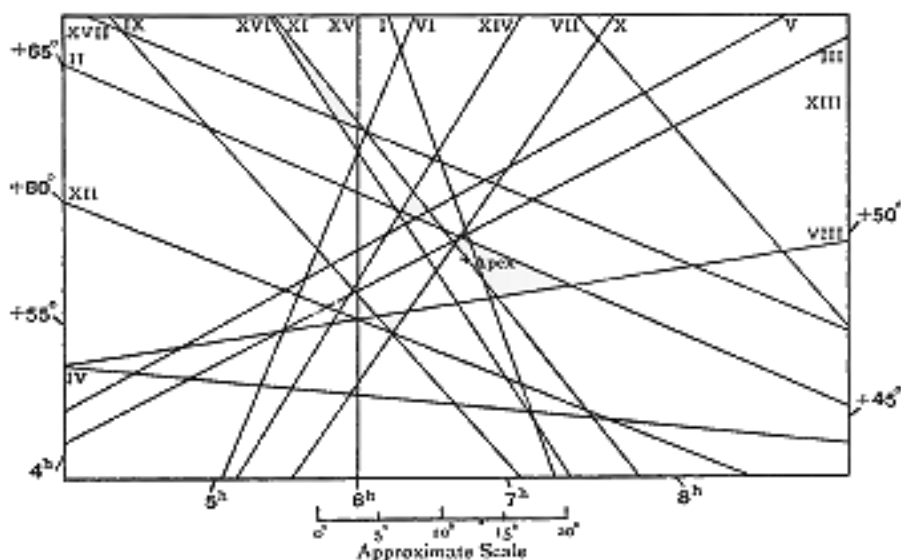


Fig. 11. - Convergenza delle direzioni di deriva II. da 17 Regioni.

Immaginate i grandi cerchi tracciati nel cielo e una fotografia scattata della parte di cielo in cui convergono: i grandi cerchi in tale fotografia appariranno come linee rette. Questi sono mostrati sui due diagrammi, e il numero romano relativo a ogni retta indica la regione da cui proviene. Ogni diagramma rappresenta un'area del cielo che misura circa 60° per 30° ; ciò corrisponderebbe sul globo terrestre a una mappa dell'Africa settentrionale dal Congo al Mediterraneo. L'apice segnato su ogni diagramma è l'apice definitivo della deriva, determinato da una soluzione matematica. Per una delle derive, chiamata Drift I., la convergenza delle direzioni è così evidente da non aver bisogno di commenti. A causa della minore velocità di Drift II., la sua direzione in qualsiasi regione non può essere determinata con tanta accuratezza, e ci si deve aspettare una maggiore deviazione dei grandi cerchi. Tenendo conto di ciò, l'accordo deve essere considerato buono, essendo la Regione VII. l'unica che mostra una discordanza importante. Per apprezzare l'evidenza di questo diagramma possiamo fare un paragone terrestre; se da diciassette punti distribuiti uniformemente sulla terra fossero disegnate delle tracce (cerchi massimi), ognuna delle quali passasse attraverso il Sahara, si potrebbe ragionevolmente ritenere che mostrino una forte evidenza di convergenza; la distribuzione delle direzioni della Deriva II è del tutto analoga.

L'analisi delle regioni fornisce non solo le direzioni delle due derive, ma anche le loro velocità in termini di una certa unità; ed entrambe le serie di risultati possono essere utilizzate per

trovare posizioni definitive degli apici verso cui si stanno muovendo le due derive. I risultati di una soluzione mediante minimi quadrati sono i seguenti:

	Deriva (Drift) I			Deriva (Drift) II		
	Apice			Apice		
	A.R.	Dec.	Velocità	A.R.	Dec.	Velocità
10 Regioni Equatoriali	92°.4	-14°.1	1.507	286°.5	-63°.6	0.869
7 Regioni polari	89°.3	-16°.7	1.536	289°.1	-63°.6	0.816
Sfera intera	90°.8	-14°.6	1.516	287°.8	-64°.1 ⁶	0.855

Le velocità sono misurate in termini della consueta unità teorica $1/h$.

La velocità di deriva in qualsiasi regione dovrebbe variare (a causa della riduzione) come il seno della distanza angolare dall'apice di deriva, essendo massima a 90° dall'apice e diminuendo a zero all'apice e all'antiapice. Questa diminuzione progressiva man mano che le regioni si avvicinano all'apice è ben mostrata nei valori osservati, e la legge del seno viene seguita con discreta precisione.

Un altro dato derivato dall'analisi è la proporzione in cui le stelle sono divise tra le due correnti; questa sembra variare leggermente da regione a regione, ma il risultato medio è che il 59,6% appartiene alla Deriva I e il 40,4% alla Deriva II; si tratta di una proporzione di quasi 3 : 2.

In sintesi, il risultato di questa analisi dei moti propri di Boss è dimostrare che i moti possono essere rappresentati fedelmente se sono presenti due derive. Quella che abbiamo chiamato Deriva I si muove con una velocità di 1.52 unità, l'altra, Deriva II, con una velocità di 0.86 unità. La prima deriva contiene i $3/5$ delle stelle e la seconda i rimanenti $2/5$. Le loro direzioni sono inclinate di un angolo di 100° .

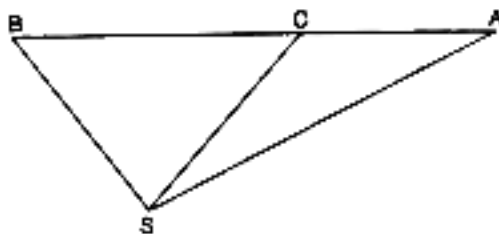


Fig. 12

Ricorderemo che questi moti sono misurati rispetto al Sole. In fig. 12, indichiamo con SA e SB le velocità di deriva, formanti un angolo di 100° . Dividiamo AB in C in modo che $AC : CB = 2 : 8$, corrispondente alla proporzione di stelle nelle due derive. Quindi SC rappresenta il moto del baricentro di tutte le stelle rispetto al Sole, e di conseguenza CS rappresenta il moto solare e punta verso l'apice solare. AB e BA rappresentano il moto di una deriva rispetto all'altra; i punti nel cielo verso cui è diretta questa linea sono chiamati Vertici. Le posizioni trovate dai numeri sopra sono

Vertici	A.R.	94°.2.	Dec.	+11°.9
	A.R.	274°.2.	Dec.	-11°.9

⁶Il fatto che la declinazione derivata dall'intera sfera non si trovi tra le declinazioni delle due porzioni appare paradossale, ma è dovuto ai pesi disuguali delle determinazioni della componente Z delle due porzioni.

La velocità relativa delle due derive è di 1.87 unità.

È notevole che i vertici cadano esattamente nel piano galattico, quindi il moto relativo delle due derive è esattamente parallelo al piano galattico.

Il moto solare CS, calcolato con gli stessi valori, è di 0.91 verso il

Apice solare A.R. 267°.3. Dec. +36°.4

Ciò può essere confrontato con la misura del Prof. Boss dallo stesso catalogo con il metodo ordinario:

Apice solare A.R. 270°.5. Dec. +34°.3

L'accordo è interessante perché i principi delle due determinazioni sono molto diversi; inoltre, nel risultato di Boss sono state utilizzate sia l'entità dei moti propri che le loro direzioni, mentre l'analisi sulla teoria della deriva a due dipende esclusivamente dalle direzioni.

Poiché anche la velocità del moto solare è stata misurata in chilometri al secondo, si ottiene un'equazione per convertire la nostra unità teorica in misura lineare. Abbiamo $0.91 \text{ unità} = 19.5 \text{ km/s}$, da cui l'unità teorica $1/h$ è 21 km/s . Possiamo quindi, se lo desideriamo, convertire qualsiasi delle velocità precedentemente indicate in chilometri al secondo.

Dalla fig. 12 si può osservare che la direzione del moto della Deriva I, SA, è inclinata di un angolo relativamente piccolo rispetto al moto parallattico, SC. Tuttavia, il fatto che le direzioni siano chiaramente distinte può essere apprezzato facendo riferimento alla fig. 10. L'antiapice solare si trova in realtà appena al di fuori di quel diagramma, quindi è chiaro che la convergenza non è verso l'antiapice solare, ma verso un apice diverso nel punto indicato.

Riferiti al baricentro delle stelle anziché al Sole, i moti CA e CB delle due correnti appaiono opposti. Forse non è facile rendersi conto che l'inclinazione dei due moti delle correnti è un fenomeno puramente relativo, dipendente dal punto di riferimento scelto; ma questo è il caso. Se spogliamo la nostra mente da ogni standard di quiete e contempliamo semplicemente due oggetti nello spazio – due sistemi stellari – tutto ciò che possiamo dire è che si stanno muovendo l'uno verso l'altro, allontanandosi o attraversandosi l'un l'altro lungo una certa linea. La distinzione tra incontrarsi direttamente o obliquamente scompare. È chiaro che questa linea che unisce i vertici deve essere un asse molto importante e fondamentale nella distribuzione dei moti stellari. È un asse di simmetria, lungo il quale le stelle tendono fortemente a fluire in una direzione o nell'altra. È questo punto di vista che ha portato a un modo alternativo di rappresentare il fenomeno del flusso stellare: la teoria ellissoidale di K. Schwarzschild⁷.

Finora abbiamo analizzato le stelle in due sistemi separati, che si muovono uno in una direzione e l'altro in quella opposta, lungo la linea di simmetria; ma Schwarzschild ha sottolineato che questa separazione non è essenziale per spiegare i moti osservati. È sufficiente supporre che vi sia una maggiore mobilità delle stelle nelle direzioni parallele a questo asse rispetto alle direzioni perpendicolari. La distinzione è un po' sfuggente, se analizzata attentamente. Può essere illustrata con un'analogia. Si considerino le navi su un fiume. Un osservatore afferma che ci sono due sistemi di navi che si muovono in direzioni opposte, ovvero quelle dirette verso casa e quelle dirette verso l'esterno; un altro osservatore afferma, senza impegnarsi, che le navi si muovono generalmente lungo il corso d'acqua (in salita o in discesa) piuttosto che attraverso di esso. Questo è un parallelo non ingiusto con i punti di vista delle ipotesi a due derive e ellissoidale. La distinzione è minima e si riscontra che le due ipotesi esprimono pressoché la stessa legge delle velocità stellari, ma con l'ausilio di funzioni matematiche diverse. Questo sarà illustrato più ampiamente nella discussione matematica del prossimo capitolo. Nel frattempo, possiamo

⁷Schwarzschild, *Göttingen Nachrichten*, 1907, p. 614.

riassumere con le parole di F. W. Dyson⁸: "Il duplice carattere del sistema di Kapteyn non dovrebbe essere eccessivamente enfatizzato. La divisione delle stelle in due gruppi era secondaria all'analisi impiegata, ma il risultato essenziale fu l'aumento delle velocità peculiari delle stelle verso una direzione specifica e verso la sua opposta. È questa stessa caratteristica, e non il carattere sferoidale della distribuzione, a essere l'elemento essenziale della rappresentazione di Schwarzschild.

Il fenomeno dei flussi stellari (con cui intendiamo la tendenza a fluire in due direzioni privilegiate, sulla qual cosa sia la teoria a due derive che quella ellissoidale concordano) è dimostrato in modo molto chiaro in tutte le raccolte di moti propri disponibili per la discussione. È stata prestata molta attenzione alla questione se possa essere spuria e dovuta a insospettati errori sistematici nei moti misurati⁹. Non è difficile per il ricercatore convincersi che una tale spiegazione sia del tutto fuori questione, ma non è altrettanto facile fornire le prove in forma compatta. Fortunatamente siamo in grado di fornire una prova che sembra assolutamente conclusiva. W. Dyson¹⁰ ha condotto uno studio sulle stelle (1924 in totale) con moti propri superiori a $20''$ al secolo. In questo caso non si tratta di piccole grandezze appena percettibili con misure accurate, ma di grandi movimenti facilmente distinguibili e verificabili. Questi grandi moti mostrano lo stesso fenomeno descritto per i moti più piccoli del catalogo di Boss. Infatti, i due flussi sono mostrati in modo più evidente se si escludono quelli più piccoli. Ciò non significa che le stelle più distanti siano meno influenzate dal flusso stellare rispetto alle stelle vicine; è facile dimostrare che per stelle a distanza costante i piccoli moti propri devono necessariamente essere distribuiti in modo più uniforme in termini di angolo di posizione rispetto ai grandi moti, e l'aumento del flusso stellare quando si eliminano i piccoli moti è dovuto a questa causa.

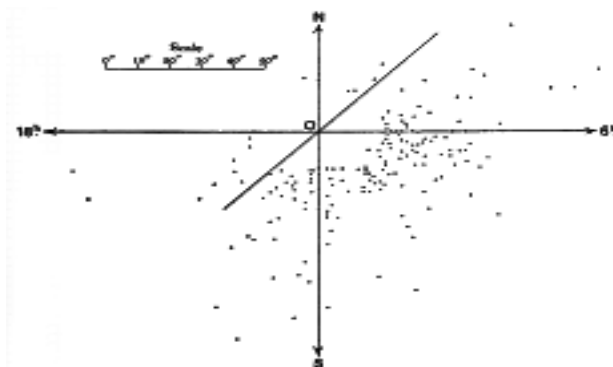


Fig. 13. - Distribuzione dei grandi moti propri (Dyson).

Il diagramma in fig. 13 è tratto dall'articolo di Dyson; si riferisce all'area di AR da 10° a 14° , Dec da -30° a $+30^\circ$. Il moto di ciascuna stella è rappresentato da un punto, e lo spostamento del punto dall'origine rappresenta il moto di un secolo sulla scala indicata. Lo spazio vuoto attorno all'origine è, ovviamente, dovuto all'omissione di tutti i moti inferiori a $20''$; possiamo immaginare che sia riempito da una fittissima distribuzione di punti. È chiaro che la distribuzione mostrata nel diagramma rappresenta un doppio flusso approssimativamente lungo gli assi verso 6^h e S. Nessun singolo flusso proveniente dall'origine potrebbe disperdere i punti come sono in realtà. Sebbene lo spostamento generale sia verso l'antiapice solare (cioè verso l'angolo inferiore destro), questo è accompagnato da un'estrema elongazione della distribuzione in una direzione quasi perpendicolare. Pertanto, il fenomeno dei due flussi è ben mostrato nei moti più grandi e, proporzionalmente, più affidabili che si conoscano, tanto che non richiede una particolare precisione osservativa per rilevarlo.

⁸Dyson, *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*, 28, p. 231, and 29, p. 376.

⁹Beljawsky, *Astr. Nach.*, No. 4291.

¹⁰Eddington, *Monthly Notices*, 68, p. 588.

Moti Radiali

Senza dubbio, la conferma più soddisfacente di questo fenomeno riscontrato nei moti trasversali delle stelle sarebbe una rivelazione indipendente dello stesso fenomeno nelle velocità radiali misurate spettroscopicamente. Sebbene siano stati compiuti grandi progressi nella misura e nella pubblicazione delle velocità radiali, non si è ancora raggiunto il punto in cui è possibile una discussione soddisfacente di questo problema. Vedremo che i risultati attualmente disponibili sono del tutto in accordo con l'ipotesi dei due flussi e ne forniscono una preziosa conferma in senso generale; ma è necessaria una maggiore quantità di dati prima di poter verificare quanto sia preciso l'accordo tra i due tipi di osservazioni.

Nei moti trasversali, i due flussi venivano rilevati considerando le stelle in un'area limitata del cielo; non c'era bisogno di andare oltre una singola area, se non in una fase successiva, quando si volle dimostrare che le diverse parti del cielo erano concordanti. Ma con le velocità radiali, non possiamo apprendere nulla sui flussi stellari da una singola regione; questo è lo svantaggio di una proiezione unidimensionale rispetto a una bidimensionale. Passare da un'area all'altra implica questioni di distribuzione stellare, che complicano il problema. In particolare, è necessario prestare attenzione al tipo spettrale. È noto che le stelle di tipo precoce sono più numerose vicino alla galassia che altrove; poiché queste hanno in media moti residui inferiori rispetto ai tipi successivi, i moti radiali vicino al piano galattico tenderanno a essere più piccoli rispetto a quelli vicino ai poli. Ma la prova del flusso stellare dovrebbe essere ricercata nella tendenza delle velocità radiali residue a essere maggiori vicino ai vertici (che si trovano nel piano galattico) che altrove. I due effetti sono opposti e c'è il rischio che si mascherino a vicenda.

Trattando i diversi tipi separatamente, si evita la difficoltà, ma in tal caso i dati diventano piuttosto scarsi. Per il tipo A i risultati sono stati elaborati da Campbell¹¹, che fornisce la seguente tabella:

Tabella 9

Velocità residue medie. Tipo A.

Latitudine Galattica	Distanza dai vertici Kapstejn		
	0-30°	30-60°	60-90°
0-30°	15.9 ₃₃	10.3 ₃₃	11.7 ₃₅ km/s
30-60°	—	11.2 ₄₆	7.6 ₃₆
60-90°	—	—	9.3 ₂₉
Media	15.9 ₃₃	10.8 ₇₉	9.5 ₁₀₀

L'aumento di velocità in prossimità dei vertici sembra essere chiaramente marcato ed è in discreto accordo quantitativo con i risultati delle velocità trasversali¹². Viene fornita una suddivisione dei risultati in base alla latitudine galattica, mostrante che l'aumento progressivo non dipende da essa.

Le velocità radiali dei tipi successivi di spettro non sono ancora state discusse.

CARATTERISTICHE GENERALI DEI COMPONENTI DEI DUE FLUSSI

Passiamo ora alla questione se ci sia qualche differenza fisica tra le stelle delle due correnti. Hanno in media la stessa magnitudine e lo stesso tipo spettrale? E sono distribuite alla stessa distanza

¹¹Campbell, *Lick Bulletin*, No. 211.

¹²Sembra esserci stato qualche malinteso su questo punto. Viene considerato matematicamente nel Capitolo VII.

dal Sole e nelle stesse proporzioni in tutte le parti del cielo? Con la teoria delle due derive non è possibile assegnare con certezza a ciascuna stella la propria deriva; tutto ciò che si può dire è che, delle stelle che si muovono in una direzione specifica, una certa proporzione appartiene alla Deriva I e le restanti alla Deriva II. Esistono, tuttavia, direzioni in cui la separazione è quasi completa e, limitandoci a queste, possiamo selezionare un campione di stelle di cui il 90% o più appartiene alla Deriva I, e un altro campione altrettanto rappresentativo della Deriva II. I nostri campioni non sono quindi assolutamente puri, ma sono sufficienti per verificare se vi sia qualche differenza fisica tra i membri delle due derive.

Separando così il più possibile le derive, è stata costruita la seguente tabella per confrontare le magnitudini delle stelle. Le stelle sono quelle del catalogo di Boss (le stelle di tipo B sono state omesse). Campioni approssimativamente uguali di ciascuna deriva sono stati prelevati da ciascuna delle dieci regioni; i risultati per le cinque regioni polari e le cinque equatoriali sono mostrati separatamente nella Tabella 10. Le ultime due colonne della tabella coincidono perfettamente; si può notare il leggero eccesso di stelle molto luminose nella Deriva I, ma sembra essere di carattere accidentale.

Tabella 10

Magnitudine delle stelle di due correnti

Magnitudine	Regioni polari I. II. V. VI., VII.		Regioni equatoriali VIII. IX. XII. XIII, XVII		Totale	
	Deriva I	Deriva II	Deriva I	Deriva II	Deriva I	Deriva II
0.0-2.9	16	7	6	4	22	11
3.0-3.9	17	10	10	12	27	22
4.0-4.9	46	52	38	38	84	90
5.0-5.4	50	52	39	52	89	104
5.5-5.9	99	100	78	68	177	168
6.0-6.4	75	72	75	79	150	151
6.5-6.9	50	59	57	41	107	100
7.0	44	51	52	49	96	100
Variabile	7	2	0	2	7	4
Totale	404	405	355	345	759	750

L'indagine può essere estesa a stelle un po' più deboli, prendendo in considerazione i moti propri di Groombridge. I campioni prelevati da questi danno:

Tabella 10

Numero di stelle di magnitudine

	0-3.9	4.0-4.9	5.0-5.9	6.0-6.9	7.0-7.4	7.5-7.9	8.0-8.4	8.5-8.9	Totale
Deriva I.	16	29	86	171	136	108	104	51	701
Deriva II.	3	23	81	169	125	113	132	61	707

Si nota nuovamente l'eccesso di stelle molto luminose, ma si tratta in qualche modo di una ripetizione di quanto già osservato nella tabella precedente e non di una nuova evidenza. Inoltre, le stelle di tipo B non sono state escluse dalla formazione di questa tabella; queste costituiscono una parte considerevole delle stelle luminose e i loro moti sono noti per essere peculiari. All'altra estremità della tabella è mostrato un eccesso di stelle deboli nella deriva II, ma non è molto

definito. Questo potrebbe essere spurio, essendo l'effetto di un errore accidentale maggiore nella misura delle direzioni di moto delle stelle più deboli, che tende ad aumentare falsamente il numero assegnato alla deriva più lenta.

La conclusione principale delle due tabelle è che non vi sono differenze significative nelle magnitudini delle stelle che costituiscono le due derive. D'altra parte, è possibile che abbia un certo significato il fatto che le discussioni sulle stelle deboli, come le stelle di Groombridge e Carrington, abbiano riportato una percentuale maggiore di stelle appartenenti alla Deriva II rispetto alle discussioni sulle stelle più luminose, come quelle di Bradley e Boss.

Lo stesso approccio può essere seguito per quanto riguarda i tipi spettrali, sebbene, date le note differenze nell'entità dei moti individuali delle stelle di tipo precoce e tardivo, tale trattamento sia insoddisfacente e l'interpretazione del risultato ambigua. Forniamo, tuttavia, risultati per quattro regioni delle stelle di Groombridge¹³.

Tabella 11

Spettri delle stelle di due flussi

Regione	Deriva I.			Deriva II.		
	N. stelle Tipo I.	N. stelle Tipo II.	% di Tipo II.	N. stelle Tipo I.	N. stelle Tipo II.	% di Tipo II.
A	61	66	52	36	70	66
B	95	35	27	61	45	42
C	61	23	27	16	16	50
G	58	39	40	41	39	49

In ogni caso, la percentuale di stelle di Tipo II (tipo successivo) è maggiore nella Deriva II rispetto a Deriva I. Tuttavia, è necessaria una certa cautela nell'interpretazione di questa tabella. È possibile che il risultato sia dovuto al fatto che gli elementi dei moti del flusso stellare differiscano da un tipo all'altro. Non possiamo dire se la distribuzione degli spettri differisca da una deriva all'altra, o se i moti di deriva differiscano da un tipo spettrale all'altro. La questione è ancora indecisa; ma, conoscendo almeno una notevole relazione tra tipo e moto, non possiamo ignorare la seconda alternativa.

Un modo sicuro per affermare la conclusione è che stelle di tipo precoce e tardivo si trovano in entrambe le correnti, ma che tra le stelle che si muovono nella direzione della Deriva II c'è una proporzione leggermente maggiore di stelle di tipo tardivo rispetto a quelle che si muovono nella direzione della Deriva I.

Distanze dei due flussi

È fondamentale determinare se i due flussi siano effettivamente interconnessi nello spazio. Si potrebbe, ad esempio, ipotizzare che uno di essi sia costituito da un ammasso di stelle che circonda il Sole, il quale si muove relativamente rispetto allo sfondo delle stelle che costituiscono l'altro flusso. L'assenza di una correlazione apprezzabile tra magnitudine e deriva rende tale spiegazione piuttosto improbabile, poiché ci si aspetterebbe che le stelle sullo sfondo siano in media più deboli di quelle dello sciame più vicino. La questione può tuttavia essere trattata in modo più preciso utilizzando l'entità dei moti propri per misurare le distanze delle due derive. Finora abbiamo utilizzato solo le direzioni dei moti senza fare riferimento alla loro entità; ora dobbiamo prendere in considerazione quest'ultimo elemento.

¹³Eddington, *Monthly Notices*, Vol. 67, p. 58.

Siano d_1 e d_2 le rispettive distanze medie¹⁴ delle due derive; se queste sono note, la teoria (esposta nel prossimo capitolo) ci consente di calcolare il moto proprio medio delle stelle che si muovono in qualsiasi direzione. Prendiamo ad esempio la figura 14, che si riferisce a una regione del catalogo Groombridge¹⁵; le curve sono disegnate in modo che il raggio vettore in qualsiasi direzione misuri il moto proprio medio nella direzione corrispondente. Le velocità delle derive e il numero di stelle appartenenti a ciascuna sono stati inizialmente calcolati con il metodo usuale; possiamo quindi tracciare le curve teoriche del moto proprio medio per qualsiasi valore assunto di d_1 e d_2 . Sono mostrate due di queste curve, ovvero per $d_1 = d_2$ e per $d_1 = \frac{1}{2}d_2$.

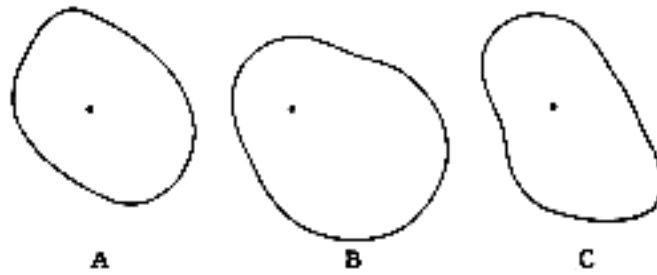


Fig. 14. - A. Distribuzione teorica. - Due Deriva nella stessa direzione media.

B. Distribuzione Teorica - Seconda Deriva a distanza doppia dalla prima Deriva

C. Distribuzione osservata.

La prima curva A ha una leggera tendenza bilobata, ovvero presenta due direzioni in cui il raggio vettore è massimo; ma si noterà che la curva del moto proprio medio non è un indicatore molto sensibile della presenza di due correnti. Questo non ha importanza ai fini del nostro studio. La parte superiore della curva deriva principalmente dalle stelle del Flusso II, quella inferiore del Flusso I. Se diminuiamo la distanza media del Flusso I e aumentiamo quella del Flusso II, la parte inferiore della curva si espanderà e quella superiore si restringerà. Questo è ciò che è accaduto nella curva B.

La curva rimanente rappresenta i risultati dell'osservazione. Abbiamo volutamente selezionato una regione contenente un gran numero di stelle (767), in modo che la curva osservata sia piuttosto regolare; tuttavia, un moto proprio medio è quasi sempre soggetto a grandi fluttuazioni accidentali e non dobbiamo aspettarci una corrispondenza molto stretta con la teoria. Si noterà che C è molto più nettamente bilobato rispetto alle curve teoriche; i due flussi sono più evidenti di quanto previsto. Questo fenomeno si riscontra non solo in questo particolare esempio, ma in tutte le divisioni dei moti di Groombridge. Ciò suggerisce che la nostra analisi a due derive non è riuscita a fornire una spiegazione completa dei fatti. (Anche l'ipotesi ellissoidale fallisce sotto questo aspetto.) Il significato preciso di questo fallimento non è stato chiarito; non possiamo fare altro che richiamare l'attenzione su una differenza notevole.

La differenza di forma delle curve A e C rende un confronto alquanto difficile, ma si riconoscerà che la proporzione dei due lobi non è molto diversa, indicando distanze approssimativamente uguali per le due derive. Non si osserva l'ingrandimento di un lobo a scapito dell'altro, come illustrato nella curva B.

I valori di d_1 e d_2 possono essere ottenuti con una rigorosa soluzione matematica ai minimi quadrati. I risultati per questa regione (G) e altre sei sono riportati nella Tabella 12¹⁶.

¹⁴Salvo diversa indicazione, per distanza media di un sistema di stelle si intende la distanza media armonica, ovvero la distanza corrispondente alla parallasse media.

¹⁵Questa è la "restricted Region G," *Monthly Notices*, Vol. 67, p. 52.

¹⁶Eddington, *Monthly Notices*, Vol. 68, p. 104.

Tabella 12

Parallassi medie delle due Derive

Regione	Limiti di regione.		Deriva I.		Deriva II.	
	Dec. N.	A.R.	$1/h_{d1}$	Errore probabile	$1/h_{d2}$	Errore probabile.
	°	h	“	“	“	“
A	70-90	0-24	2.96	± 0.07	3.41	± 0.13
B	38-70	22-2	2.45	0.07	2.40	0.11
C	38-70	2-6	2.39	0.08	2.65	0.12
A	38-70	6-10	3.35	0.12	3.23	0.21
B	38-70	10-14	3.65	0.14	4.78	0.29
C	38-70	14-18	3.74	0.23	4.15	0.31
G	38-70	18-22	2.77	0.16	2.55	0.18

Le quantità $1/h_{d1}$ e $1/h_{d2}$ sono le parallassi medie moltiplicate per un fattore il cui valore è probabilmente intorno a 450. Poiché, tuttavia, sono stati esclusi alcuni grandi moti propri (la stessa proporzione per ogni deriva), le parallassi assolute non hanno un significato preciso. Sono i rapporti ad avere importanza.

La tabella mostra che in ciascuna regione le due derive si trovano pressoché alla stessa distanza media. In un solo caso, la Regione E, la differenza è significativa, e anche lì il rapporto, circa 4 : 3, richiede una notevole mescolanza delle due serie di stelle. Inoltre, la Regione E contiene meno stelle di qualsiasi altra, e di conseguenza i risultati sono incerti. È quindi necessario considerare i due flussi stellari come sistemi completamente mescolati, e scartare qualsiasi ipotesi che li consideri passare uno dietro l'altro sulla stessa linea visuale.

La tabella mostra anche una variazione nella distanza media da regione a regione, che è maggiore della variazione da Deriva I a Deriva II. Si è scoperto che questa variazione segue la latitudine galattica delle stelle ed è dovuta al fatto che vediamo un numero maggiore di stelle più distanti man mano che ci avviciniamo al piano della Via Lattea. Poiché entrambe le derive mostrano questo cambiamento progressivo, queste stelle distanti devono appartenere in modo imparziale a entrambe le derive.

Una conclusione analoga si ricava dai più recenti e accurati moti propri del catalogo di Boss. Per ottenere un numero sufficientemente elevato di stelle, abbiamo unito le regioni VIII, XII, XIII e XVII della precedente suddivisione e considerato l'ampia regione costituita da due aree antipodiali, ciascuna di circa 70° quadrati.

Questa regione si trova ad alta latitudine galattica, quindi i moti propri sono relativamente ampi; e, poiché il suo centro si trova a circa 90° sia dall'Apice che dal Vertice, l'ampia estensione dell'area è meno dannosa di quanto lo sarebbe in altre parti del cielo. Questa regione contiene 1122 stelle.

Nella Tabella 13, la seconda colonna indica il numero di stelle che si muovono in ciascun settore di 10°. La terza colonna riporta il moto proprio medio di queste stelle; per appianare piccole irregolarità, queste medie sono state considerate per settori sovrapposti di 30°. La quarta colonna riporta il moto proprio medio calcolato, basato sulle velocità note e sulle proporzioni relative delle derive, e sull'ipotesi che si trovino alla stessa distanza media. Poiché il numero di stelle che si muovono in direzioni comprese tra 175° e 285° è troppo piccolo per fornire dati affidabili sui moti propri medi separati, questi sono stati combinati per ottenere un'unica media.

Tabella 13

Media moti propri della Regione del Catalogo di Boss

(Centro della regione, A.R. 0^h , Dec. 0°)

Direzione	N. di stelle	Media secolare P. M	
		Osservata	Calcolata
°		“	“
0	94	12.73	12.61
10	90	12.20	12.61
20	88	11.15	12.54
30	66	10.27	12.32
40	79	10.56	11.45
50	50	8.92	10.51
60	41	9.49	9.35
70	34	8.82	8.99
80	33	10.00	8.91
90	30	11.19	9.13
100	25	10.85	9.35
110	33	11.24	9.57
120	34	8.74	9.57
130	36	8.98	9.35
140	50	9.09	9.35
150	25	9.56	8.99
160	32	8.90	8.55
170	13	7.05	8.12
180	10		
190	6		
200	7		
210	4		
220	1		
230	4	5.98	6.23
240	6		
250	9		
260	10		
270	8		
280	6		
290	4	6.42	6.09
300	20	7.33	6.88
310	10	7.83	8.05
322	14	9.17	9.20
330	26	10.40	10.15
340	44	11.27	11.16
350	80	12.46	12.03

I diagrammi polari corrispondenti sono riportati in Figura f5. L'accordo è molto buono; tuttavia, come nel caso precedente, le due derive appaiono più nettamente nella curva osservata che in quella teorica. È chiaro che la nostra ipotesi di distanze uguali per le due derive non può essere di molto errata. Una soluzione rigorosa mediante i minimi quadrati porta ai risultati:

$$\begin{aligned} \text{Per la deriva I. } \frac{1}{\hbar d} &= 6''.94 \pm 0'', 40 \text{ per secolo} \\ \text{Per la deriva II. } \frac{1}{\hbar d} &= 7''.38 \pm 0'', 17 \text{ per secolo} \end{aligned}$$

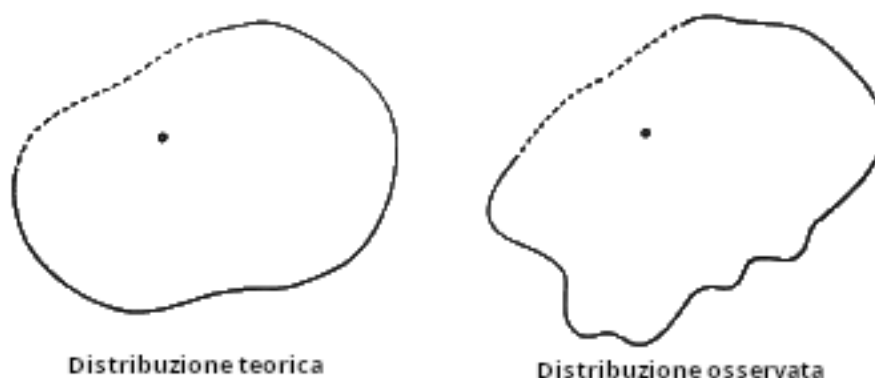


Fig. 15. - Curva media del moto proprio (Regione del Catalogo di Boss).

Oppure, adottando il valore dell'unità $1/H$ già trovato, cioè 21 KM/s , le parallassi medie sono

Deriva I. $0''00156 \pm 0'',00023$

Deriva II. $0''.0166 \pm 0'',00038$

Sulla questione se la proporzione di mescolamento rimanga la stessa in tutte le parti del cielo, si sono avute opinioni contrastanti. Non ci occupiamo di irregolarità locali, ma di qualsiasi tendenza generale di una deriva a prevalere su un emisfero o una fascia del cielo. Sembra che non vi sia alcuna correlazione sistematica tra i numeri e la latitudine galattica. La Tabella 14, tratta dall'analisi del catalogo di Boss, lo mostra chiaramente. Le singole irregolarità possono essere in parte reali e in parte dovute a dati insufficienti o errori nei moti propri; ma non vi è alcuna progressione sistematica. Come già spiegato, queste regioni sono costituite ciascuna da due aree antipodali, e quindi i risultati non ci permettono di verificare se vi sia una differenza tra due emisferi opposti del cielo. Secondo S. S. Hough e J. Halm¹⁷ la differenza è considerevole.

Tabella 14

Divisione delle stelle tra le Derive

Regione di Boss	N. di stelle	Rapporto Der. I.I : Der. I	Latitudine Galattica
			°
III.	304	0.69	1
X.	356	0.66	1
VII.	448	0.87	9
II.	354	0.48	12
XVI.	311	0.69	14
XV.	285	0.71	118
I.	371	0.60	27
IX.	275	0.75	29
XI.	365	0.42	31
IV.	294	0.87	33
XVII.	245	0.77	37
VIII.	308	0.67	44
VI.	294	0.52	46
XIV.	259	0.68	448
XII.	342	0.64	61
V.	274	1.03	66
XIII.	237	0.59	78

¹⁷Hough and Halm, *Monthly Notices*, Vol. 70, p. 85.

Da una discussione sulle velocità radiali delle stelle, dedussero che le stelle della Deriva II. erano concentrate nell'emisfero verso il punto A.R. 324° , Dec. -12° ; l'intervallo di densità non era determinato in modo esplicito, ma era evidentemente considerevole, essendo le stelle della Deriva II. relativamente due o tre volte più numerose a un polo rispetto all'altro. Questo risultato dipendeva, almeno in parte, da un'apparente dilatazione generale del sistema stellare o da un eccesso di velocità radiali positive rispetto a quelle negative. Attualmente, l'eccesso è più generalmente attribuito a un errore sistematico nelle velocità radiali di alcuni tipi di stelle, probabilmente attribuibile a uno spostamento di pressione delle righe spettrali. Il risultato non può quindi essere considerato di per sé affidabile. L'analisi dei moti angolari, tuttavia, ha confermato la conclusione generale. Gli stessi autori¹⁸, esaminando i moti propri di Bradley, hanno trovato una densità massima di Deriva II a circa 0^h A.R. e in una declinazione meridionale, probabilmente il polo galattico sud; hanno inoltre dimostrato che questa uguaglianza di distribuzione spiegherebbe pienamente alcune anomalie trovate da Newcomb nella sua discussione sulla costante di precessione, vale a dire una differenza nei risultati delle ascensioni rette e delle declinazioni e un termine residuo di dodici ore $-0''.50 \cos \delta \cos 2\alpha$ nei moti propri medi in ascensione retta. Nelle sue ultime ricerche Halm ha adottato un'ipotesi più complicata di tre derive; i suoi risultati (basati ora sui moti propri di Boss) indicano ancora un eccesso molto marcato di stelle di Deriva II. verso circa 22^h in generale accordo con le sue precedenti conclusioni.

Per riassumere questa discussione sulla distribuzione e le caratteristiche delle stelle delle due correnti, possiamo dire che nel complesso la mescolanza è notevolmente completa. Le differenze riscontrate sono difficili da interpretare con certezza, essendo suscettibili di essere influenzate da piccoli errori sistematici nei moti propri; e nella maggior parte dei casi è ancora quasi impossibile distinguere tra una differenza nella proporzione delle derive e una differenza nelle loro velocità. Le differenze più importanti riscontrate sono un eccesso di stelle di tipo spettrale più tardo nella Deriva II e un eccesso relativo di stelle di Deriva II nell'emisfero galattico meridionale; ci sono però indicazioni che questa rozza interpretazione dei risultati statistici non sia una descrizione adeguata della complessa distribuzione dei moti nelle diverse parti del sistema stellare e tra le diverse classi di stelle.

Ci si può aspettare che il riconoscimento di due flussi di stelle faccia luce sulle discrepanze presenti nelle precedenti misure del moto solare. Tra queste una delle più notevoli è quella dovuta a H. Kobold¹⁹, che proprio da essa fu condotto ad un riconoscimento parziale dei moti sistematici degli astri. Utilizzando il metodo di Bessel, Kobold trovò per l'apice solare la posizione A.R. 269° , Dec. -3° , con una differenza di almeno 35° rispetto alla posizione generalmente accettata. Abbiamo dimostrato che il metodo di Bessel dipende in modo molto essenziale dal fatto che i singoli moti delle stelle sono distribuiti quasi in accordo con la legge degli errori. Poiché ora si sa che questa ipotesi non è vera, non sorprende che il punto trovato sia molto diverso dall'apice reale. È facile vedere che, se non fosse per il moto solare, il metodo di Bessel fornirebbe una misura molto sensibile del vertice; ed è davvero molto più adatto a determinare il vertice che l'apice. Il punto trovato da Kobold è infatti piuttosto vicino al vertice trovato nelle ipotesi a due derive o ellissoidali, avendo la presenza del moto solare prodotto una deviazione di soli pochi gradi. C'è un altro modo di vedere la questione. Applicando il metodo di Bessel per determinare il moto solare, si trova solo la linea che unisce l'apice e l'antiapice, e non c'è nulla che indichi quale estremità sia l'apice. Se ci sono due derive, potremmo aspettarci che la linea determinata da Kobold sia una sorta di media ponderata tra le linee corrispondenti delle due derive. In effetti è proprio così. Ma naturalmente la linea di Kobold si trova nell'angolo acuto tra gli assi di deriva, mentre il moto solare è l'altra media che giace nell'angolo ottuso tra di essi.

¹⁸Hough and Halm, *ibid.*, p. 568.

¹⁹Kobold, *Astr. Nach., Nos.* 3435, 3591.

Nelle prime misure dell'apice solare era consuetudine considerare separatamente i moti propri tra vari limiti di grandezza. Si è sempre riscontrato che la declinazione dell'apice diminuiva all'aumentare dell'entità dei moti propri. Ciò è facilmente spiegabile con la teoria delle due derive. Poiché la Deriva I ha una velocità molto maggiore rispetto al Sole, le stelle che le appartengono hanno in media moti propri maggiori rispetto a quelle di Deriva II. Pertanto, più grandi sono i moti presi in esame, maggiore sarà la proporzione di stelle di Deriva I. e più vicino sarà l'apice risultante all'apice di Deriva I.

Allo stesso modo, la maggiore declinazione dell'apice solare delle stelle di tipo successivo può essere spiegata dalla maggiore proporzione di Deriva II. nei tipi successivi. La maggiore declinazione dell'apice per le stelle deboli e la maggiore percentuale di stelle deboli in Deriva II. (entrambe deduzioni alquanto dubbie tratte dalle osservazioni) corrisponderebbero.

Ipotesi delle tre Derive

Da quanto detto in merito alle relazioni tra le ipotesi a due derive e quella ellissoidale, si comprenderà che non riteniamo che l'analisi fornisca più di un'approssimazione della legge effettiva dei moti stellari. La sua importanza risiede nel fatto che tiene conto di quella che è chiaramente la caratteristica più evidente della distribuzione. Si è scoperto, tuttavia, che una deviazione sistematica può essere rilevata, di cui nessuna di queste ipotesi è in grado di tener conto; siamo infatti pronti a fare un passo avanti verso una seconda approssimazione. Confrontando la distribuzione osservata con quella calcolata secondo le teorie a due derive o ellissoidali, si scopre che c'è sempre un eccesso di stelle che si muovono verso l'antiapice solare. Ciò è mostrato nei diagrammi dei moti propri di Boss (e, in effetti, dei moti di Groombridge) da una curvatura approssimativamente nella direzione dell'antiapice. Lo scrivente²⁰ attribuì questa causa a un terzo flusso, di importanza molto inferiore rispetto alle due grandi derive. Halm²¹ ha mostrato, tuttavia, che è meglio rianalizzare i moti partendo dal presupposto di tre derive. Secondo la sua rappresentazione, esiste una terza deriva, la Deriva O, che è praticamente ferma nello spazio e si colloca quindi in una posizione intermedia tra le due derive originali. Naturalmente, introducendo la terza deriva nell'analisi, alcune delle stelle originariamente incluse in Deriva I e Deriva II. sono raggruppate con Deriva O e gli elementi delle prime due risultano in qualche modo modificati. Ciò è particolarmente vero per la Deriva I, che si muove più o meno nella stessa direzione della Deriva O, ed è principalmente a sue spese che si forma la nuova deriva.

Che l'interpretazione del fenomeno da parte di Halm sia corretta lo si può constatare osservando i diagrammi delle regioni XIV. e XVI. (fig. 9, IX e X). Nella maggior parte dei casi la Deriva I. e la Deriva O si sovrappongono così tanto da apparire quasi come un'unica deriva; solo una piccola sporgenza della curva verso l'antiapice tradisce la dualità. Le Regioni XIV. e XVI. sono i due luoghi in cui le loro direzioni diventano più aperte, e in questi i tre flussi distinti di pressoché uguale importanza sono chiaramente manifesti. Ricordando che è solo in queste due regioni che potremmo aspettarci che la Deriva I. e la Deriva O siano realmente separate, l'evidenza a favore dell'ipotesi delle tre derive diventa molto forte. Del resto la terza deriva fu postulata da Halm non tanto per spiegare queste peculiarità, quanto perché sembrava necessaria per conciliare risultati derivati da diverse parti della sfera celeste.

Le ipotesi delle due derive e delle tre derive, o dovremmo piuttosto dire le due approssimazioni successive, possono essere confrontate così: In figura 16, la linea CS, che rappresenta il moto solare, è la stessa in entrambi i casi. Nel primo diagramma abbiamo il Flusso I con $\frac{3}{5}$ delle stelle e il Flusso II. con $\frac{2}{5}$ delle stelle, i cui moti rispetto al Sole sono SA e SB. Poiché C' è il centro

²⁰Eddington, *Monthly Notices*, Vol. 71, p. 40.

²¹Halm, *Monthly Notices*, Vol. 71, p. 610.

di massa dell'intero, $CB : CA = 2 : 3$, e CA, CB sono i moti dei due flussi liberati dal moto solare. Nel secondo diagramma abbiamo raggruppato le stelle in tre flussi approssimativamente uguali, i cui moti relativi al Sole sono SA', SB', SC; i loro moti assoluti sono CA', CB' e zero, e qui CA' è approssimativamente uguale a CB'. È chiaro anche che A'B' deve essere maggiore di AB, perché rimuovendo gli elementi più lenti di A e B per formare un nuovo gruppo in C, aumentiamo la velocità media relativa del restante.

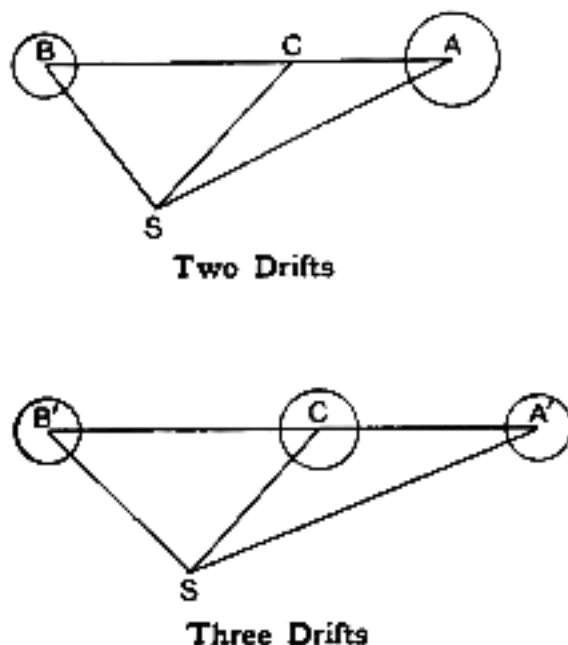


Fig. 16. - Confronto tra le teorie a Due e Tre Derive.

La terza deriva ha poco o nessun movimento rispetto alla media delle stelle; può essere considerata praticamente ferma nello spazio. Questa caratteristica è ben nota alle stelle del tipo Orione, che di solito vengono escluse dai dati quando si studiano i due flussi stellari, perché si scopre che non partecipano ai moti di deriva. È naturale associare Deriva O alle stelle di Orione in quanto condividono la stessa peculiarità di moto; ma non è del tutto chiaro quanto sia stretta la relazione tra loro.

Gli elementi delle tre derive determinate da Halm dai moti propri di Boss sono:

	Apice		Velocità
	A.R.	Dec.	
Deriva I.	90°	0°	$hV = 1.5$
Deriva II.	270°	-49°	$hV = 0.9$
Deriva O.	90°	-36°	$hV = 1.5$

Dall'analogia tra la Deriva O e le stelle di tipo Orione, Halm è stato portato a supporre che i loro movimenti interni siano più piccoli di quelli delle altre derive; quindi la velocità indicata sopra è misurata in termini di un'unità diversa h' . Il numero aggiuntivo di costanti da determinare nell'analisi a tre derive rende i risultati delle singole regioni molto incerti. Sono state riscontrate grandi variazioni nelle proporzioni relative delle stelle nelle derive; queste sono in parte accidentali a causa dell'incertezza dell'analisi, ma sono senza dubbio anche in parte reali. Il diagramma (fig. 17) mostra la distribuzione delle stelle lungo l'equatore in diverse ascensioni rette, con il raggio tracciato da S che indica il numero di stelle appartenenti alla deriva. L'apparente relazione tra la deriva O e la cintura di stelle luminose di Gould è probabilmente dovuta al fatto che molte delle stelle più luminose appartengono al tipo di Orione.

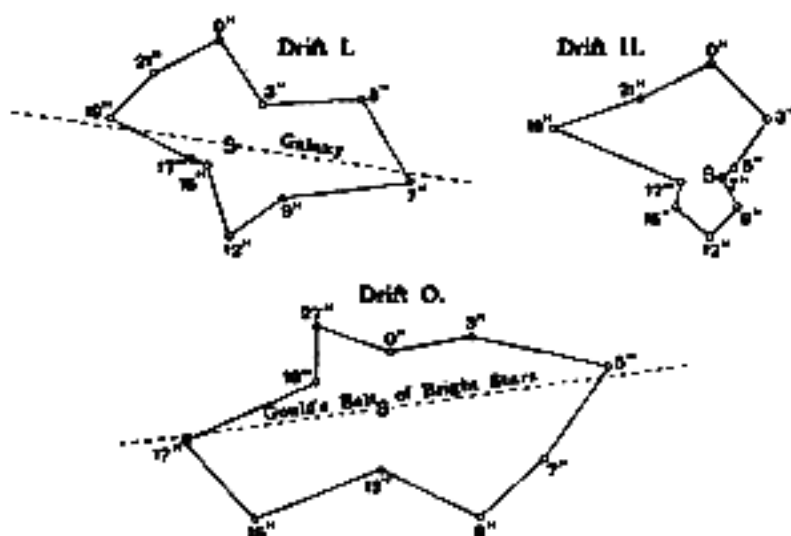


Fig. 17. - Distribuzione lungo l'equatore delle Derive (Halm).

Seguendo l'atteggiamento che abbiamo adottato nei confronti delle altre due ipotesi, possiamo accontentarci di considerare la teoria della deriva a tre come una semplice sintesi analitica della distribuzione dei moti stellari, senza alcuna ipotesi sull'esistenza fisica di tre sistemi separati. Esiste, tuttavia, un'importante proprietà della Deriva O, che sembra renderla qualcosa di più di un'astrazione matematica. Abbiamo visto che tutte le stelle del tipo di Orione sembrano appartenere a esso, e non agli altri due gruppi. È vero che contiene anche stelle degli altri tipi, che non sono in alcun modo distintive; ma il fatto che contenga l'intera classe spettrale sembra indicare che corrisponda a un sistema fisico reale, e lo colloca su un piano leggermente diverso rispetto ai due gruppi più antichi, per i quali non siamo ancora riusciti a trovare alcuna caratteristica definita a parte il moto.

RIEPILOGO DELLE DETERMINAZIONI DELLE COSTANTI DEI DUE FLUSSI.

Due Vertici.

N. Rif	Catalogo o dati usati	Ricercatore	Vertice A.R. Dec.		Ipotesi
			°	°	
1	Auwers-Bradley	Kapteyn	91	+13	Due-flussi
2	"	Rudolph	96	+7	Ellissoidale
3	"	Hough e Halm	90	+8	Due Derive
4	Groombridge	Eddington	95	+3	Due Derive
5	"	Schwarzschild	93	+6	Ellissoidale
6	Boss	Eddington	94	+12	Due Derive
7	"	Charlier	103	+19	Generalizzato Ellissoidale
8	Zodiacale	Eddington	109	+6	Due Derive
9	Grande moto proprio	Dyson	88	+21	Due Derive
10	"	Beljawsky	86	+24	Ellissoidale
11	Velocità radiali	Hough e Halm	88	+27	Due Derive
12	Boss	Boss	non dato		Due-flussi
13	Stelle deboli ($7^m.0 - 13^m$)	Comstock	87	+28	Ellissoidale

A questo proposito, si può osservare che il metodo utilizzato nel numero 7 attribuisce maggiore importanza alle stelle più vicine, così che i numeri 7, 9 e 10 si riferiscono principalmente alle

stelle più vicine al nostro sistema. Il numero 10 è in qualche modo provvisorio, poiché l'analisi utilizzata non è rigorosamente applicabile alle stelle selezionate in base a grandi moti propri. Il numero 8 è probabilmente affetto da un errore sistematico nei dati utilizzati. Il numero 11 sarebbe probabilmente da rivedere, se si tenesse conto dell'errore sistematico che ora si ritiene esista nelle determinazioni della velocità radiale delle stelle di tipo Orione.

Apici delle due Derive.

N. Rif	Catalogo	Ricercatore	Deriva I.		Deriva II.	
			A.R.	Dec.	A.R.	Dec.
			°	°	°	°
1	Auwers-Bradley	Kapteyn	85	-11	260	-8
3	"	Hough e Halm	87	-13	276	-41
4	Groombridge	Eddington	90	-19	292	-58
6	Boss	Eddington	91	-15	288	-64
12	"	Boss	96	-8	290	-54
9	Grande moto proprio	Dyson	93	-7	246	-64

Per le velocità delle due derive relative al sole i risultati sono:

N 3 rapporto 3:2

N. 4 1.7 e 0.5

N. 6 1.52 e 0.86

N. 9 rapporto 3:2

Per il rapporto tra l'asse minore e l'asse maggiore dell'ellissoide di Schwarzschild, le misure sono:

N 2 0.56

N. 5 0.63

N. 7 0.51

N. 10 0.47

N. 13 0.62

7 I due flussi stellari - Teoria matematica

Nel capitolo precedente abbiamo descritto i principali risultati delle ricerche sui due flussi stellari. Considereremo ora i metodi analitici utilizzati nelle indagini.

Ipotesi due Derive

Consideriamo una regione del cielo, sufficientemente piccola da poter essere trattata come un piano, e consideriamo i moti delle stelle proiettati su di essa. Supponiamo che vi sia una deriva di stelle, ovvero un sistema, in cui i *motus peculiare*s sono casuali, ma che si muove nel suo complesso rispetto al Sole. Prendiamo, come equivalente matematico di casualità, una distribuzione di velocità secondo la legge di Maxwell, tale che il numero di stelle con moti lineari individuali tra (u, v) e $(u + du, v + dv)$ sia

$$\frac{Nh^2}{\pi} e^{-h^2(u^2+v^2)} du dv$$

A giustificazione di ciò si può sottolineare che la legge di Maxwell è l'unica per cui la frequenza è la stessa per tutte le direzioni e, allo stesso tempo, non c'è correlazione tra le componenti x e y della velocità. Esistono altre leggi che rendono i moti casuali in direzione; ma per esse l'aspettativa del valore di una componente della velocità u differirà a seconda del valore dell'altra componente v ; ad esempio, con la legge $e^{-\sqrt{h^2(u^2+v^2)}}$ una grande componente v è probabile che sia accompagnata da una grande componente u . Ora, al momento non ci interessa quale legge seguano probabilmente i moti stellari; questo è un problema dinamico. Stiamo piuttosto scegliendo un criterio di comparazione con cui confrontare la distribuzione effettiva dei moti, e tale criterio dovrebbe essere il più semplice possibile. Non è affatto improbabile che grandi valori di v possano essere correlati con grandi valori di u ; ma, se così fosse, dovremmo scoprirlo come una deviazione esplicita dal presupposto più semplice di nessuna correlazione piuttosto che nascondere nella nostra formula iniziale; perché è un risultato interessante di cui bisogna tenere conto. Nella ricerca della legge sconosciuta delle velocità stellari, siamo liberi di adottare qualsiasi standard di confronto preferiamo, ma è chiaro che è particolarmente appropriato prendere in considerazione la legge di Maxwell, in quanto è l'approccio più vicino possibile a uno stato di moto assolutamente caotico.

Nella legge della frequenza

$$\frac{Nh^2}{\pi} e^{-h^2(u^2+v^2)} du dv$$

N è il numero totale di stelle considerate e h è una costante che dipende dalla *motus peculiaris* medio. Essa è correlata alla velocità media (in tre dimensioni) Ω dall'equazione

$$\Omega = \frac{1}{h} \sqrt{\frac{4}{\pi}}$$

Siano

V = la velocità della deriva, presa lungo l'asse x ;

r = velocità risultante di una stella;

θ = posizione angolare, o inclinazione rispetto a Ox , della velocità risultante

(Le velocità sono tutte prese in misura lineare, non angolare).

Allora

$$u^2 + v^2 = r^2 + V^2 - 2Vr \cos \theta$$

$$dudv = r dr d\theta$$

Allora il numero di moti risultanti tra le posizioni angolari θ e $\theta + d\theta$ è

$$N \frac{h^2}{\pi} d\theta \int_0^\infty e^{-h^2(r^2 + V^2 - 2Vr \cos \theta)} r dr$$

Ponendo

$$x = h(r - V \cos \theta)$$

$$r = hV \cos \theta$$

il numero è

$$\frac{N}{\pi} e^{-h^2 V^2} d\theta e^{r^2} \int_{-r}^\infty e^{-x^2(x+r)} dx = \frac{N}{\pi} e^{-h^2 V^2} d\theta \left\{ \frac{1}{2} + r e^{r^2} \int_{-r}^\infty e^{-x^2} dx \right\}$$

Scrivendo

$$f(\tau) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{1}{2} + r e^{r^2} \int_{-r}^\infty e^{-x^2} dx \right\}$$

la seguente tabella fornisce i valori di $\log f(\tau)$

Tabella 15.

La funzione $f(\tau)$

τ	$\log f(\tau)$	τ	$\log f(\tau)$	τ	$\log f(\tau)$	τ	$\log f(\tau)$
-1.2	1.0411	-0.3	1.5363	0.5	0.1876	1.3	1.1520
-1.1	1.0874	-0.2	1.6046	0.6	0.2886	1.4	1.3003
-1.0	1.1355	-0.1	1.6763	0.7	0.3947	1.5	1.4555
-0.9	1.1856	0.0	1.7514	0.8	0.5061	1.6	1.6177
-0.8	1.2378	0.1	1.8303	0.9	0.6232	1.7	1.7871
-0.7	1.2923	0.2	1.9131	1.0	0.7461	1.8	1.9637
-0.6	1.3493	0.3	0.0001	1.1	0.8751	1.9	2.1478
-0.5	1.4088	0.4	0.0916	1.2	0.0103	2.0	2.3393
-0.4	1.4711						

Per una singola deriva il numero di stelle che si muovono in qualsiasi direzione θ è proporzionale a $f(hV \cos \theta)$; e l'equazione alle curve teoriche di deriva singola è

$$r \propto f(hV \cos \theta)$$

Il metodo di analisi usuale consiste nel comporre due curve di questo tipo che puntano in direzioni diverse, regolando i vari parametri per tentativi ed errori fino a ottenere un'approssimazione soddisfacente delle osservazioni.

Un metodo matematico per determinare la formula della doppia deriva

$$r = a_1 f(hV_1 \cos \overline{\theta - \theta_1}) + a_2 f(hV_2 \cos \overline{\theta - \theta_2})$$

che meglio rappresenta le osservazioni, senza ricorrere a tentativi ed errori, è stato introdotto¹. Ha operato in modo abbastanza soddisfacente per le regioni Goombridge, dove le stelle erano molto numerose; non è, tuttavia, raccomandato. Un metodo meccanico, che fornisce automaticamente un certo tipo di risposta, sia che la distribuzione corrisponda realmente o meno a due derive, non è così discriminante come il più semplice procedimento sintetico.

¹Eddington, *Monthly Notices*, Vol. 68, p. 588.

Ipotesi ellissoidale

Si è visto che il fatto principale del fenomeno di flusso stellare è la più grande mobilità delle stelle lungo una certa linea che nella direzione perpendicolare. K. Schwarzschild rappresenta questa mobilità assumendo che i moti individuali sono distribuiti in accordo con la legge di Maxwell modificata

$$e^{-k^2 u^2 - h^2 (v^2 + w^2)}$$

dove, essendo $k < h$, le componenti u della velocità sono in media maggiori delle componenti v e w .

In due dimensioni, sia il numero di stelle con moti individuali (u, v) e $(u + du, v + dv)$

$$\frac{N h k}{\pi} e^{-k^2 u^2 - k^2 v^2} du dv$$

E siano le componenti del moto parallattico dell'intero sistema (U, V) . Il moto parallattico non è in generale lungo l'asse della maggiore mobilità Ox .

Come prima, siano r, θ il modulo e la direzione della velocità risultante di una stella. Allora

$$k^2 u^2 + h^2 v^2 = k^2 (r \cos \theta - U)^2 + h^2 (r \sin \theta - V)^2$$

$$du dv = r dr d\theta$$

Il numero di stelle che si muovono nella direzione tra θ e $\theta + d\theta$

$$= \frac{N h k}{\pi} d\theta \int_0^\infty r dr e^{-r^2 (k^2 \cos^2 \theta + h^2 \sin^2 \theta) + 2r (k^2 U \cos \theta + h^2 V \sin \theta) - k^2 U^2 - h^2 V^2}$$

Ponendo

$$p = k^2 \cos^2 \theta + h^2 \sin^2 \theta$$

$$\xi = \frac{k^2 U \cos \theta + h^2 V \sin \theta}{\sqrt{p}}$$

$$x = r \sqrt{p} - \xi$$

Il numero diviene

$$\frac{N h k}{\pi} d\theta e^{-k^2 U^2 - h^2 V^2} \int_0^\infty e^{-p r^2 + 2 \xi r \sqrt{p}} r dr = \frac{N h k}{\pi} d\theta e^{-k^2 U^2 - h^2 V^2} \frac{e^{\xi^2}}{p} \int_{-\xi}^\infty e^{-x^2 (x + \xi)} dx$$

L'integrale porta alla stessa funzione f di prima; e il numero di stella che si muovono in ogni direzione è proporzionale a

$$\frac{1}{p} f(\xi)$$

Una piccola considerazione mostra che la curva polare $r = \frac{1}{p} f(\xi)$ sarà molto simile a una curva a due derive. Ma il fattore $1/p$ corrisponde a un'ellisse con il suo asse maggiore lungo Ox . Esso deforma la curva a deriva singola, comprimendola lungo l'asse Oy ed estendendola lungo l'asse Ox , con il risultato che si ottiene solitamente una curva a due lobi.

Il metodo di determinazione delle costanti di una distribuzione ellissoidale per adattare le osservazioni può essere brevemente richiamato². Se consideriamo le stelle in movimento in una direzione θ e nella direzione opposta $180^\circ + \theta$, p è lo stesso per entrambe le direzioni e ξ cambia semplicemente segno. Allora il rapporto tra il numero delle stelle in movimento in queste direzioni dà $\frac{f(\xi)}{f(-\xi)}$. Dalla tabella del $\log f$, costruiamo la seguente tabella (il logaritmo è dato mediante una opportuna interpolazione):

²Ho introdotto piccole alterazioni nel procedimento dato da Schwarzschild per conservare la stretta corrispondenza con l'analisi a due derive.

Tabella 16.

Funzione ausiliaria per la teoria ellissoidale

ξ	$\log \frac{f(\xi)}{f(-\xi)}$	ξ	$\log \frac{f(\xi)}{f(-\xi)}$
0.0	0.000	0.5	0.779
0.1	0.154	0.6	0.939
0.2	0.309	0.7	0.102
0.3	0.464	0.8	0.268
0.4	0.620		

Ciò consente di trovare ξ dalle osservazioni e, quando è noto, p è dato da

$$\text{numero di stelle} = \frac{1}{p} f(\xi)$$

Se ora prendiamo i raggi $r_1 = \frac{1}{\sqrt{p}}$ e $r_2 = \xi\sqrt{p}$ nella direzione θ , r_1 traccierà l'ellisse

$$k^2 r_1^2 \cos^2 \theta + h^2 r_1^2 \sin^2 \theta = 1$$

e r_2 la retta

$$r_2 = k^2 U \cos \theta + h^2 V \sin \theta$$

Tracciando l'ellisse e la retta migliori attraverso i rispettivi luoghi, si trovano facilmente k^2, h^2, U e V ; si determina anche la direzione di maggiore mobilità, che è l'asse maggiore dell'ellisse di cui sopra.

Un metodo diretto molto elegante per arrivare ai valori di queste costanti è stato proposto anche da Schwarzschild; tuttavia, sembra essere soggetto alle stesse obiezioni del metodo automatico per determinare le costanti dei due flussi stellari. Se questi metodi vengono utilizzati, è assolutamente necessario esaminare in seguito quanto fedelmente le soluzioni rappresentino le osservazioni originali. A volte li ho trovati molto fuorvianti.

L'ipotesi ellissoidale è stata applicata con grande successo da Schwarzschild all'analisi dei moti propri del catalogo di Groombridge. Come esempio, possiamo prendere la regione di AR da 14^h a 18^h , Dec da $+38^\circ$ a $+70^\circ$, già considerata nella teoria delle due derive. Il confronto tra le due ipotesi e le osservazioni è riportato nella Tabella 17. Solo per due righe le due rappresentazioni differiscono tra loro di più di un'unità.

Tabella 17.

Confronto delle ipotesi Ellissoidale e due Derive con L'osservazione

Direzione	Numero di stelle			Direzione	Numero di stelle		
	Osservato	Ellissoidale	Due Derive		Osservato	Ellissoidale	Due Derive
5	4	5	6	205	21	22	22
15	5	6	7	215	27	25	26
25	6	7	8	225	29	26	27
35	9	9	10	235	26	27	26
45	10	11	11	245	19	23	22
55	14	12	12	255	17	18	18
65	14	13	12	265	12	14	14
75	14	14	13	275	11	10	10
85	13	13	13	285	11	8	8
95	12	13	12	295	8	3	6
105	10	12	13	305	7	5	5
115	11	11	12	315	6	5	4
125	10	10	11	325	6	4	5
135	10	10	9	335	5	4	5
145	7	10	9	345	5	5	6
155	9	11	9	355	4	5	6
165	9	12	11				
175	14	14	12				
185	14	16	15				
195	16	19	19				

Sebbene le due ipotesi possano produrre distribuzioni del moto molto simili per quanto riguarda la direzione, è concepibile che, se si considerassero le grandezze dei moti, la somiglianza potrebbe venire meno. Ma non è difficile vedere che le due leggi esprimono distribuzioni di velocità lineari molto simili sotto molti aspetti, sebbene con l'ausilio di funzioni matematiche diverse, a condizione che il numero di stelle nelle due derive sia praticamente uguale. Il metodo di Schwarzschild è in qualche modo analogo alla sostituzione di due sfere uguali intersecanti con uno sferoide. Se abbiamo due derive uguali, con velocità $+V$ e $-V$ riferite al centro di massa dell'intero, la frequenza di una velocità (u, v) è proporzionale a

$$e^{-h^2((u-V)^2+v^2)} + e^{-h^2((u+V)^2+v^2)}$$

oppure a

$$e^{-h^2(u^2+v^2)} \cosh(2h^2Vu)$$

La legge ellissoidale si può scrivere

$$e^{-h^2(u^2+v^2)} \cdot e^{(h^2-k^2)u^2}$$

La differenza tra le due leggi è quindi determinata dalla differenza tra le funzioni $\cosh au$ e $e^{\beta u^2}$, che presentano una notevole somiglianza generale.

Poiché entrambe le leggi forniscono la stessa distribuzione delle componenti v , possiamo limitare l'attenzione alle componenti u . Come tipico esempio di confronto tra le leggi (che corrisponde approssimativamente a quanto effettivamente osservato), considereremo $hV = 0.8$, $\frac{k}{h} = 0.58$, $\frac{1}{h} = 20 \text{ km/s}$.

Tabella 18.

Confronto delle ipotesi Ellissoidale e due Derive con L'osservazione

Componente u km/s	Frequenza		Differenza Ellissoidale-Due Derive
	Ipotesi due Derive	Ipotesi Ellissoidale	
0	1.055	1.160	+0.105
10	1.099	1.066	-0.033
20	1.000	0.828	-0.172
30	0.618	0.544	-0.074
40	0.237	0.302	+0.065
50	0.056	0.141	+0.085
60	0.008	0.056	+0.048
70	0.001	0.019	+0.018

Le due curve sono mostrate in fig. 18. Sebbene vi sia una notevole somiglianza generale, le differenze non sono del tutto trascurabili. In particolare, la legge ellissoidale fornisce un numero considerevolmente maggiore di velocità elevate; sembra probabile che sotto questo aspetto si adattino meglio alle osservazioni. La legge a due derivate presenta un difetto sia per i moti molto piccoli che per quelli molto grandi, rispetto alla legge dell'errore semplice; questo viene talvolta espresso dicendo che ha un *eccesso negativo*.

Si può inoltre notare che, sebbene nell'esempio dato la frequenza della distribuzione a due derivate presenti una leggera flessione all'origine $u = 0$, per valori piuttosto piccoli di hV questa flessione scompare e la distribuzione in realtà concorda con la distribuzione ellissoidale nell'avere un massimo all'origine.³

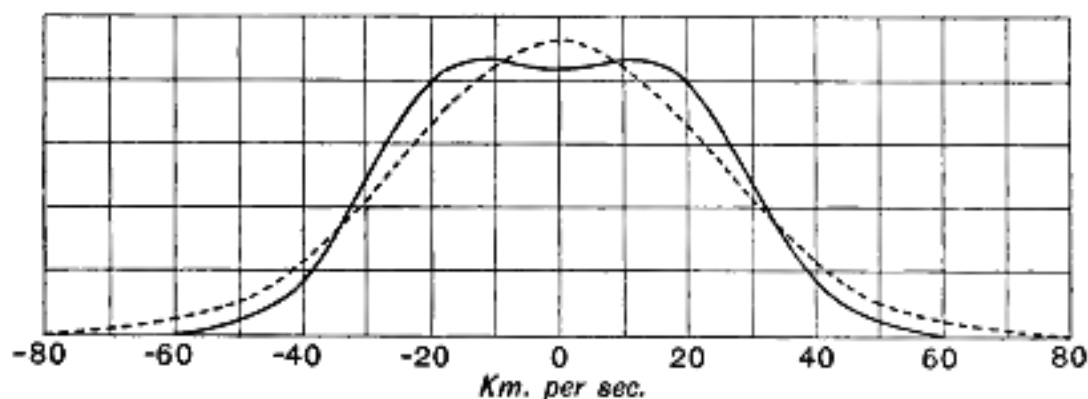


Fig. 18. - Confronto delle ipotesi a due Derive ed Ellissoidale.

Due Derive - linea piena: Ellissoidale - linea a punti.

Una volta rimossa la restrizione che le due Derive abbiano un numero uguale di stelle, l'ipotesi ellissoidale non può approssimarsi così fedelmente all'ipotesi a due Derive. Non c'è più una simmetria antero-posteriore, quindi l'ellisse è una figura inadatta a rappresentare la frequenza. La teoria a due Derive, avendo una costante aggiuntiva non necessaria, è ora in grado di fornire una rappresentazione considerevolmente migliore delle osservazioni. Abbiamo visto che i moti propri di Groombridge possono essere rappresentati da due Derive con un numero approssimativamente uguale di stelle; queste possono essere sostituite da una distribuzione ellissoidale con praticamente la stessa precisione. I moti propri di Boss, d'altro canto, richiedono una mescolanza delle derivate nella proporzione di circa 3 : 2; l'ipotesi ellissoidale non può essere adattata a questa asimmetria e di conseguenza non riesce a rappresentare queste osservazioni. Per questo motivo non è stato

³Eddington, *British Association Report*, 1911, p. 252.

possibile analizzare questi moti propri più recenti sulla teoria di Schwarzschild.⁴ D'altro canto, l'insegnamento principale di questa teoria rimane, cioè la divisione in due derive può essere solo una procedura matematica e che è possibile considerare la distribuzione delle velocità come un tutto unico.

⁴C. V. L. Charlier ha sviluppato una generalizzazione della teoria ellissoidale che consente di tenere conto dell'asimmetria, ma il suo metodo presuppone una certa conoscenza della distribuzione delle stelle nello spazio.

Combinazione dei risultati da diverse regioni del cielo

Nel caso della teoria delle due Derive, la procedura è molto semplice. Siano X_1, Y_1, Z_1 le componenti della velocità nello spazio di una delle derive, misurata nell'unità di misura usuale $1/h$; v e θ la sua velocità e il suo angolo di posizione⁵, determinati per una regione il cui centro è in $(a; \delta)$. Per ciascuna regione abbiamo le equazioni di condizione

$$\begin{aligned} v_1 \sin \theta_1 &= -X_1 \sin a + Y_1 \cos a \\ v_1 \cos \theta_1 &= -X_1 \cos a \sin \delta - Y_1 \sin a \sin \delta + Z_1 \cos \delta \end{aligned}$$

dalle quali si può ricavare X_1, Y_1, Z_1 .

Con l'ipotesi ellissoidale, il moto solare proiettato viene calcolato per ciascuna regione e i risultati possono essere combinati allo stesso modo. Ma la combinazione delle costanti ellissoidali è un problema più complesso.

Sarà utile considerare l'ellissoide generale con tre assi disuguali, sebbene nelle applicazioni ordinarie si consideri solo uno sferoide. Riferito a qualsiasi asse rettangolare, consideriamo l'*ellissoide di velocità* come

$$au^2 + bv^2 + cw^2 + 2fvw + 2gwu + 2huv = 1$$

cosicché il numero di stelle con velocità individuali tra (u, v, w) e $(u + du, v + dv, w + dw)$ è proporzionale a

$$e^{-(au^2 + bv^2 + cw^2 + 2fvw + 2gwu + 2huv)} du dv dw$$

Consideriamo la direzione w come la linea visuale. Per ottenere la distribuzione delle velocità proiettate (u, v) dobbiamo integrare l'espressione precedente rispetto a w da $-\infty$ a $+\infty$. Il risultato è

$$\exp - \left\{ au^2 + bv^2 + 2huv - \frac{(fv + gu)^2}{c} \right\} \cdot du dv \int_{-\infty}^{+\infty} \exp -c \left(w + \frac{fv + gu}{c} \right)^2 dw$$

L'integrale in questa espressione è una costante e uguale a $\sqrt{\frac{\pi}{c}}$.

Pertanto le velocità proiettate corrispondono a un *ellisse di velocità*

$$au^2 + bv^2 + 2huv - \frac{(fv + gu)^2}{c} = 1$$

Ora questa ellisse è la sezione trasversale del cilindro parallela all'asse w , che passa attraverso l'intersezione dell'ellissoide

$$au^2 + bv^2 + cw^2 + 2fvw + 2gwu + 2huv = 1$$

e il piano

$$w = -\frac{fv + gu}{c}$$

⁵L'angolo di posizione è qui misurato dal meridiano.

Quest'ultimo è il piano diametrale coniugato all'asse w , e di conseguenza il cilindro è il cilindro involupante.

Pertanto, l'ellisse di velocità ellittica per qualsiasi regione è semplicemente il contorno dell'ellissoide di velocità visto da una distanza infinita nella direzione corrispondente. Il contorno non deve, ovviamente, essere confuso con la sezione trasversale, che è un'ellisse diversa.

Ora lasciamo che l'ellissoide di velocità, trasformato nei suoi assi principali, sia

$$\frac{u^2}{a^2} + \frac{v^2}{b^2} + \frac{w^2}{c^2} = 1$$

e la linea visuale nella direzione (l, m, n) . Le lunghezze degli assi del cilindro involupante (cioè della ellisse di velocità) sono date da

$$\frac{l^2}{a^2 - r^2} + \frac{m^2}{b^2 - r^2} + \frac{n^2}{c^2 - \gamma^2} = 0$$

e i rapporti di direzione di questi assi sono allora

$$\frac{l}{a^2 - r^2} \quad \frac{m}{b^2 - r^2} \quad \frac{n}{c^2 - \gamma^2}$$

Si noti che ci saranno quattro punti del cielo per i quali l'ellisse di velocità sarà un cerchio, e i movimenti proiettati saranno casuali. Quando l'ellissoide è uno sferoide, questi punti si fondono con le due estremità dell'asse, in altre parole con i vertici.

Il caso generale dell'ellissoide con tre assi disuguali è di notevole interesse, perché ci permette di considerare la possibilità che i moti possano avere una relazione speciale con il piano della Via Lattea, così come con l'asse di flusso stellare. Il fatto che i moti stellari tendano a essere paralleli alla Via Lattea è stato sottolineato da Kobold e, in anni recenti, dagli studiosi delle velocità radiali. Poiché il sistema stellare è fortemente appiattito verso questo piano, il risultato sembrava una relazione molto naturale tra moto e distribuzione. Ma le indagini sui flussi stellari hanno dimostrato che la tendenza principale non è verso un parallelismo generale con la Via Lattea, ma verso un parallelismo con una certa direzione al suo interno. Se esista una relazione residua con la Via Lattea non trattata in questo contesto è una questione di un certo interesse. Potremmo verificarlo effettuando un'analisi sulla base di un ellissoide di velocità con tre assi disuguali e osservando se i due assi minori risultano uguali tra loro. La difficoltà sta nel fatto che, come già affermato, l'ipotesi ellissoidale non fornisce una rappresentazione soddisfacente dei moti propri di Boss, che verrebbero naturalmente utilizzati per un simile test. Sembra, tuttavia, abbastanza certo che la deviazione da uno sferoide debba essere molto lieve. L'evidenza derivante dai moti radiali (Tabella 9) punta nella stessa direzione.

Considerando l'ellissoide di velocità come uno sferoide prolato

$$k_1^2 u^2 + h_1^2 (v^2 + w^2) = 1$$

e l'ellisse di velocità per una regione, con centro a una distanza angolare χ dal vertice, dà

$$k_1^2 u^2 + h_1^2 v^2 = 1$$

quindi, poiché l'ellisse di velocità è il contorno apparente dell'ellissoide, abbiamo

$$\frac{1}{k^2} = \frac{\cos^2 \chi}{k_1^2} + \frac{\sin^2 \chi}{h_1^2}$$

e

$$h = h_1$$

e pertanto

$$\left(\frac{h^2}{k^2} - 1\right) = \left(\frac{h_1^2}{k_1^2} - 1\right) \cos^2 \chi$$

Pertanto, l'asse minore $1/h$ dell'ellisse di velocità è lo stesso in tutto il cielo; e l'ultima equazione esprime la variazione dell'asse maggiore.

Inoltre, l'asse maggiore è diretto lungo il cerchio massimo fino al vertice.

Moti propri medi

Questi sono stati utilizzati nel capitolo precedente per determinare le distanze medie delle due derive. Sarebbe stato possibile partire dai moti propri medi nelle diverse direzioni, invece che dalla semplice frequenza, come dati, allo scopo di mostrare e analizzare il fenomeno del flusso stellare. Ma, oltre ad essere molto meno sensibile, c'è l'obiezione notata nel metodo di Airy per trovare il moto solare, che un moto medio probabilmente dipende principalmente da pochi valori particolarmente grandi, ed è molto soggetto a fluttuazioni accidentali. Utilizzare la frequenza dei moti propri porta a risultati molto più uniformi; inoltre, evitando di dare un peso eccessivo alle stelle più vicine, i risultati dovrebbero essere più rappresentativi delle stelle nel loro complesso. È quindi meglio riservare i moti propri medi per ottenere nuove informazioni non deducibili dalle frequenze.

Abbiamo trovato che, secondo l'ipotesi ellissoidale, il numero di stelle che si muovono in direzioni comprese tra θ e $\theta + d\theta$ era proporzionale a

$$\frac{e\xi^2}{p} \int_{-\xi}^{\infty} e^{-x^2} (x + \xi) dx$$

Pertanto dal valore medio di x

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\xi}^{\infty} e^{-x^2} (x^2 + x\xi) dx}{\int_{-\xi}^{\infty} e^{-x^2} (x + \xi) dx}$$

Il numeratore di questa espressione è uguale a

$$-\frac{1}{2} \int_{-\xi}^{\infty} (x + \xi) d(e^{-x^2}) = -\frac{1}{2} [(x + \xi) e^{-x^2}]_{-\xi}^{\infty} + \frac{1}{2} \int_{-\xi}^{\infty} e^{-x^2} dx$$

La parte integrata si annulla ad entrambi i limiti. Otteniamo quindi

$$\bar{x} = \frac{\frac{1}{2} e^{\xi^2} \int_{-\xi}^{\infty} e^{-x^2} dx}{\frac{1}{2} + \xi e^{\xi^2} \int_{-\xi}^{\infty} e^{-x^2} dx} = \frac{f(\xi) - \frac{1}{\sqrt{\pi}}}{2\xi f(\xi)}$$

Ma $\bar{x} = \bar{r}\sqrt{p} - \xi$

Pertanto se

$$g(\xi) = \frac{f(\xi) - \frac{1}{\sqrt{\pi}}}{2\xi f(\xi)} + \xi$$

il moto medio lineare in ogni direzione è

$$\bar{r} = \frac{1}{\sqrt{p}} g(\xi)$$

Per una semplice deriva $\sqrt{p}$ si riduce a h , e ξ e $hV \cos \theta$, cosicché il moto lineare medio è

$$\bar{r} = \frac{1}{h} g(hV \cos \theta)$$

I valori di g sono dati nella Tabella 19.

Tabella 19.

La funzione $g(\tau)$

τ	$g(\tau)$	τ	$g(\tau)$	τ	$g(\tau)$
-1.0	0.565	-0.1	0.845	0.8	1.315
-0.9	0.589	0.0	0.886	0.9	1.381
-0.8	0.614	0.1	0.930	1.0	1.449
-0.7	0.641	0.2	0.977	1.1	1.520
-0.6	0.670	0.3	1.027	1.2	1.594
-0.5	0.237	0.4	1.079	1.3	1.669
-0.4	0.056	0.5	1.134	1.4	1.747
-0.3	0.008	0.6	1.191	1.5	1.827
-0.2	0.001	0.7	1.252	1.6	1.908

Per determinare le distanze delle due derive, le equazioni di condizione vengono formate come segue:

Siano

$\bar{r}$ il moto proprio medio nella direzione θ .

d_1, d_2 le distanze medie sconosciute delle stelle delle due derive (cioè distanze corrispondenti alle parallassi medie)

n_1, n_2 il numero di stelle delle due derive che si muovono in una direzione θ . Questi sono stati determinati dalla precedente analisi delle direzioni del moto.

$V_1, \theta_1; v_2, \theta_2$ le velocità e le direzioni del moto di deriva.

Allora

$$\overline{n_1 + n_2 \bar{r}} = n_1 g\left(hV_1 \cos \bar{\theta} - \theta_1\right) \frac{1}{hd_1} + n_2 g\left(hV_2 \cos \bar{\theta} - \theta_2\right) \frac{1}{hd_2}$$

Formando queste equazioni di condizione per valori successivi di θ , possiamo determinare $\frac{1}{hd_1}$ e $\frac{1}{hd_2}$ con una soluzione ai minimi quadrati.

Nell'ipotesi ellissoidale, c'è solo l'incognita d , la distanza media delle stelle, da considerare. Può essere determinata dalle equazioni di condizione.

$$\text{moto proprio medio nella direzione } \theta = \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{\sqrt{p}} \tau(\xi)$$

Oppure i moti propri medi possono essere utilizzati per effettuare una misura indipendente delle costanti ellissoidali esattamente come è stata utilizzata la frequenza. Quest'ultima procedura è molto semplificata dall'ausilio del seguente teorema:

Se nella direzione θ si prende un raggio, che è la media geometrica tra il moto proprio medio nella direzione θ e il moto proprio medio nella direzione opposta, il raggio tratterà l'ellisse di velocità (entro un margine di errore estremamente piccolo).

I moti propri medi nelle direzioni θ e $\theta + 180^\circ$ sono rispettivamente

$$\frac{1}{\sqrt{p}} g(\xi) \quad e \quad \frac{1}{\sqrt{p}} g(-\xi)$$

Ora, ξ non potrà mai essere grande quanto il rapporto tra il moto solare e l'asse minore dell'ellissoide di velocità. In realtà 0.5 è circa il limite superiore, ma per consentire un ampio margine prenderemo anche 1.0. Dalla Tabella 19,

$$\begin{array}{rcl} \text{per } \xi = & 0.0 & \sqrt{g}(\xi) g(-\xi) = 0.8862 \\ & 0.5 & 0.8914 \\ & 1.0 & 0.9049 \end{array}$$

Pertanto, $\sqrt{g}(\xi)g(-\xi)$ può essere considerato costante, con un errore non superiore a uno su cinquanta nel caso più estremo. La media geometrica dei moti propri medi è quindi proporzionale a $\frac{1}{\sqrt{p}}$, che è il raggio dell'ellisse di velocità nella direzione corrispondente.

Il teorema fornisce un metodo rapido per trovare l'ellisse di velocità in qualsiasi parte del cielo, a condizione che sia disponibile un numero piuttosto elevato di moti propri osservati. Presenta, tuttavia, l'inconveniente che generalmente ci sono alcune direzioni in cui si muovono pochissime stelle, per cui dobbiamo calcolare la media geometrica di due quantità, una delle quali è mal determinata e l'altra non necessariamente ben determinata. Per i numerosi moti del catalogo Groombridge il metodo si è dimostrato soddisfacente e i risultati concordavano strettamente con quelli ricavati dalle semplici frequenze dei movimenti propri.

Tabella 20.

Moto proprio Groombridge

Regione	N. stelle	Rapporto assi ellisse di velocità	
		Moti propri medi	Frequenza dei moti propri
A	585	0.59	0.59
B	862	0.56	0.58
C	516	0.76	0.70
D	443	0.82	0.81
E	385	0.65	0.72
F	425	0.53	0.61
G	1103	0.66	0.72

Moti radiali - Ipotesi delle due derive

Considereremo ora lo sviluppo della formula necessaria per lo studio dei moti radiali. I moti radiali differiscono dai moti trasversali per due aspetti. (1) I moti trasversali ci permettono di confrontare i moti in due direzioni perpendicolari *nella stessa regione del cielo*; ma per apprendere qualcosa sulla forma della distribuzione di velocità dai moti radiali è necessario confrontare i risultati provenienti da *regioni diverse*. Ciò è evidentemente uno svantaggio, poiché introduce la complicazione delle differenze tra stelle galattiche e non galattiche, derive locali e così via. (2) I risultati escono in misura lineare, indipendentemente dalle distanze delle stelle.

Si assumerà che le velocità radiali siano state corrette per il moto solare e siano di conseguenza riferite al centro di massa del sistema.

L'effetto dei moti preferenziali nelle direzioni dei due vertici sarà che le velocità radiali saranno maggiori in media in prossimità dei vertici rispetto ad altre parti del cielo. Questo è stato illustrato nella Tabella 9.

Assumendo innanzitutto la teoria delle due derive, siano V_1 e V_2 le velocità delle due derive, riferite al baricentro dell'intero sistema; a e $1-a$ la proporzione di stelle in ciascuna deriva.

Quindi

$$aV_1 = (1-a)V_2$$

La velocità radiale media, indipendentemente dal segno vicino ai vertici, è per la Deriva I.

$$\frac{h}{\sqrt{\pi}} \int_{-V_1}^{\infty} e^{-h^2 v^2} (V_1 + v) dx - \frac{h}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{V_1} e^{-h^2 v^2} (V_1 + v) dv = \frac{2hV_1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{V_1} e^{-h^2 v^2} dv + \frac{e^{-h^2 V_1^2}}{h\sqrt{\pi}}$$

e la velocità radiale media ad angolo retto con i vertici è

$$\frac{1}{h\sqrt{\pi}}$$

Pertanto per le due derivate la velocità radiale media al vertice sta alla velocità radiale in una regione a 90° dai vertici nel rapporto

$$a \left\{ 2hV_1 \int_0^{hV_1} e^{-x^2} dx + e^{-h^2V_1^2} \right\} + (1-a) \left\{ 2hV_2 \int_0^{hV_2} e^{-x^2} dx + e^{-h^2V_2^2} \right\}$$

Se, usando i risultati dell'analisi del Catalogo Boss, poniamo

$$\begin{aligned} a &= 0.6 & 1-a &= 0.4 \\ hV_1 &= 0.75 & hV_2 &= 1.12 \end{aligned}$$

il rapporto diventa 1,727.

Nella tabella 9 il rapporto medio osservato era

$$\frac{15.9 \text{ km/s}}{9.5 \text{ km/s}} = 1.68$$

e, tenendo conto delle grandi dimensioni delle aree considerate, l'accordo è notevolmente preciso. Ma la conferma non è così soddisfacente come appare a prima vista, perché le stelle della Tabella 9 sono di Tipo A, un tipo che mostra un flusso stellare molto intenso; e non c'è dubbio che se si fosse utilizzato solo il Tipo A nei moti trasversali si sarebbero ottenuti valori più elevati di hV_1 e hV_2 .

In accordo con H. A. Veersma⁶ le velocità di deriva del Tipo A sono:

$$hV_1 = 0.92 \quad hV_2 = 1.37$$

essendo l'errore probabile, tuttavia, vicino al 10%. Questi numeri portano al rapporto 2.02.

Considerando l'incertezza sia del rapporto osservato sia delle costanti di deriva per il tipo A, la discordanza tra 1.68 e 2.02 non è eccessivamente grande.

Moti radiali - Ipotesi ellissoidale

In generale, l'ipotesi ellissoidale di Schwarzschild è la più conveniente per la discussione matematica dei moti radiali. Il primo problema è trovare la distribuzione delle velocità radiali in un particolare punto del cielo in termini degli assi dell'ellissoide di velocità. È importante notare che la distribuzione delle componenti delle velocità in una qualsiasi direzione non è affatto identica alla distribuzione delle velocità totali in quella direzione.

Sia l'ellissoide di velocità riferito ai suoi assi principali

$$\frac{u^2}{a^2} + \frac{v^2}{b^2} + \frac{w^2}{c^2} = 1$$

e sia la linea visuale nella direzione (l, m, n) .

⁶Eddington, *British Association Report*, 1911, p. 252.

Riferendo l'ellissoide a tre diametri coniugati, due dei quali, a', b', c' , sono nel piano perpendicolare a (l, m, n) , l'equazione può essere scritta

$$\frac{u'^2}{a^2} + \frac{v'^2}{b^2} + \frac{w'^2}{c^2} = 1$$

e la frequenza delle componenti oblique della velocità w' è proporzionale a

$$e^{-\frac{w'^2}{c^2}} dw'$$

Se ora V è la componente rettangolare della velocità lungo la linea visuale, p la perpendicolare sul piano tangente normale alla linea visuale,

$$\frac{V}{w'} = \frac{p}{c'}$$

Pertanto la frequenza di una componente V nella direzione l, m, n è proporzionale a

$$e^{-\frac{V^2}{p^2}} dV$$

cioè

$$e^{-\frac{V^2}{a^2 l^2 + b^2 m^2 + c^2 n^2}} dV$$

Il fatto che il divisore è la perpendicolare al piano tangente è analogo al risultato bidimensionale secondo cui l'ellisse di velocità è la sezione retta del cilindro tangente.

Per determinare l'ellissoide di velocità da una serie di misure di velocità radiali, supponiamo innanzitutto che le osservazioni siano distribuite approssimativamente uniformemente nel cielo. In base al paragrafo precedente, il valore medio di V^2 in qualsiasi parte del cielo è proporzionale ad $a^2 l^2 + b^2 m^2 + c^2 n^2$, o, riferito ad assi più generali, a un'espressione omogenea del secondo grado in l, m, n diciamo E .

Formiamo ora dai dati osservati i coefficienti

$$\begin{aligned} A &= \sum V^2 l^2 & F &= \sum V^2 mn \\ B &= \sum V^2 m^2 & G &= \sum V^2 nl \\ C &= \sum V^2 n^2 & H &= \sum V^2 lm \end{aligned}$$

Allora

$$A\lambda^2 + B\mu^2 + C\nu^2 + 2F\mu\nu + 2G\nu\lambda + 2H\lambda\mu = \sum V^2 (l\lambda + m\mu + n\nu)^2 = \sum E (l\lambda + m\mu + n\nu)^2$$

Quest'ultima espressione è il momento d'inerzia della superficie $r^2 = E^7$ rispetto al piano la cui normale è (λ, μ, ν) .

La superficie non è l'ellissoide di velocità, anzi non è affatto un ellissoide; è l'inverso dell'ellissoide reciproco. Ma è evidente che avrà gli stessi piani principali dell'ellissoide di velocità. Pertanto, le direzioni degli assi dell'ellissoide di velocità sono quelle dell'ellissoide momentaneo di questa superficie, cioè della quadrica.

$$A\lambda^2 + B\mu^2 + C\nu^2 + 2F\mu\nu + 2G\nu\lambda + 2H\lambda\mu = 1$$

Questi sono dati dai rapporti di direzione

$$\frac{1}{GH - F(A - k)} : \frac{1}{HF - G(B - k)} : \frac{1}{FG - H(C - k)}$$

⁷Si suppone che la massa sia distribuita proporzionalmente all'angolo solido o, più precisamente, proporzionalmente al numero di osservazioni della velocità radiale.

dove k ha in successione i valori delle tre radici della cubica discriminante

$$\begin{vmatrix} A-k & H & G \\ H & B-k & F \\ G & F & C-k \end{vmatrix} = 0$$

Poiché le superfici $r^2 = E$ e $r^2 = \sqrt{E}$ hanno gli stessi piani principali possiamo usare $|V|$ invece di V^2 nella formazione dei coefficienti, in modo che

$$A = \sum |V|^2 \quad F = \sum |V| mn \quad ecc.$$

Questa è probabilmente una procedura preferibile, poiché elevare al quadrato le velocità esagera l'effetto di alcune velocità eccezionali; proprio come nel calcolo dell'errore medio di una serie di osservazioni è preferibile utilizzare il residuo medio semplice indipendentemente dal segno piuttosto che il residuo quadratico medio.⁸

Quando le velocità radiali osservate non sono distribuite uniformemente nel cielo il problema è più complesso, ma non vi sono grandi difficoltà nell'elaborare la formula necessaria.

Effetti degli errori osservativi

Gli errori accidentali nella determinazione dei moti propri devono tendere a uniformare il numero di stelle che si muovono nelle diverse direzioni e a smussare le peculiarità di distribuzione causate dal flusso stellare. Di conseguenza, è probabile che le velocità dedotte delle due derivate siano troppo piccole. Un calcolo approssimativo dell'entità di questo effetto può essere effettuato prendendo in considerazione il semplice caso in cui le stelle si trovino tutte alla stessa distanza dal Sole.

In questo caso, gli errori accidentali dei moti propri riappariranno semplicemente (moltiplicati per una costante) come errori accidentali dei moti lineari. Se la frequenza vera di una componente del moto lineare u fosse

$$\frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 u^2} du$$

e la frequenza di un errore x in essa sarà

$$\frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-k^2 x^2} dx$$

la frequenza del moto lineare u sarà

$$\begin{aligned} du \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2(u-x)^2} \cdot \frac{k}{\sqrt{\pi}} e^{-k^2 x^2} dx &= \frac{du}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{hk}{\sqrt{\pi}} e^{-(h^2+k^2)x^2+2kh^2ux-h^2u^2} dx = \\ &= \frac{du}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{h^2k^2}{h^2+k^2}} \cdot \frac{hk}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(h^2+k^2)x^2+\left(x-\frac{h^2u}{h^2+k^2}\right)^2} dx = \frac{hk}{\sqrt{(h^2+k^2)}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{h^2k^2}{h^2+k^2}} du \end{aligned}$$

La distribuzione di frequenza reale con la costante h viene quindi sostituita da una distribuzione apparente con una costante h_1 , dove

$$\frac{1}{h_1^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{k^2}$$

Per applicare questa formula possiamo utilizzare le misure di $\frac{1}{hd}$ che sono state effettuate per diverse regioni.

⁸Ciò è contrario ai consigli della maggior parte dei libri di testo, ma può essere dimostrato che è vero.

Prendendo quindi la Regione B del Catalogo di Groombridge

$$\frac{1}{hd} = 2''.4 \text{ per secolo}$$

L'errore probabile accidentale di un moto proprio Groombridge è circa $0''.7\%$.

Pertanto

$$\begin{aligned} \frac{0.477}{k} &= \frac{0''.7}{2''.4} \times \frac{1}{h} \\ \frac{1}{k} &= \frac{0.61}{h} \\ \frac{1}{h_1^2} &= \frac{1+(0.61)^2}{h^2} \\ \frac{1}{h_1} &= \frac{1.17}{h} \end{aligned}$$

Pertanto, per la Regione B, le velocità dedotte delle derive devono essere aumentate nel rapporto $\frac{7}{4}$.

Per i moti propri di Boss, la correzione non è così importante. Considerando l'ampia regione già discussa

$$\frac{1}{hd} = 7''.2 \text{ per secolo}$$

L'errore probabile di un moto proprio di Boss = $0''.55$ per secolo.

$$\begin{aligned} \frac{0.477}{k} &= \frac{0.55}{7''.2} \times \frac{1}{h} \\ \frac{1}{k} &= \frac{0.160}{h} \\ \frac{1}{h_1} &= \frac{1.013}{h} \end{aligned}$$

La correzione è solo dell'uno per cento circa.

L'ipotesi che le stelle siano alla stessa distanza è molto lontana dalla verità, e di conseguenza le correzioni qui determinate sono solo approssimative; ma il calcolo è sufficiente a mostrare che quando i moti sono piccoli e non ben determinati, l'effetto degli errori accidentali può essere piuttosto apprezzabile.

Tra i possibili errori sistematici, i più importanti sono quelli dovuti a un errore nella costante di precessione adottata e a un errore nel moto dell'equinozio adottato. Il primo porterebbe a una rotazione apparente del sistema stellare attorno al polo dell'eclittica; il secondo a una rotazione attorno al polo dell'equatore. Non esiste un modo per determinare la costante di precessione se non attraverso una discussione sui moti stellari; il moto dell'equinozio può, tuttavia, essere determinato da una discussione sulle osservazioni del Sole, ed è una questione da considerare quanto peso si debba attribuire rispettivamente alle determinazioni solari e stellari. Le determinazioni riconosciute di queste due costanti sono state basate sul principio delle velocità casuali; secondo la teoria dei due flussi la soluzione diventerebbe estremamente difficile, e in una certa misura indeterminata, se le velocità e le proporzioni della mescolanza dei due flussi non fossero esattamente le stesse in tutto il cielo. La stessa difficoltà si verifica nel definire la costante di precessione come nel definire il moto solare; anche se in questo caso la difficoltà è pratica e non filosofica⁹. In pratica, entro limiti ragionevoli, è arbitrario stabilire quanta parte dei moti osservati debba essere attribuita alla rotazione degli assi di riferimento e quanta ai corpi celesti stessi. L'unica regola è che i moti stellari residui seguano una legge la più semplice possibile. Ma, quando è certo che non è possibile una legge realmente semplice, questa non è una condizione che può essere espressa e utilizzata analiticamente. Una volta abbandonata l'ipotesi di moti casuali, alla costante di precessione può essere assegnato solo un valore approssimato, e non esiste un modo molto soddisfacente per migliorarlo¹⁰.

⁹In dinamica sappiamo esattamente cosa intendiamo per rotazione assoluta, anche se potremmo non essere abbastanza abili da rilevarla; la traslazione assoluta non può nemmeno essere definita.

¹⁰Sarebbe interessante una determinazione basata sulle stelle del tipo di Orione, che si suppone si muovano in modo casuale, ma la disuguaglianza della distribuzione e la prevalenza di ammassi in movimento la renderebbero difficile.

Uno studio di Hough e Halm¹¹ getta un'importante luce sulla relazione tra il flusso stellare e la costante di precessione. Dimostrano che la disuguaglianza nella mescolanza delle due derive in diverse parti del cielo spiega alcune discordanze nelle precedenti indagini sulla precessione. Ma questo lavoro non sembra portare ad alcun modo per determinare *ex novo* la costante.

Considerata l'impossibilità pratica di ottenere un valore accurato della costante di precessione, vi è un importante vantaggio nel procedere in modo da evitare gli errori sistematici che ne derivano. Questo si ottiene quando si trattano contemporaneamente due aree antipodali del cielo; infatti, l'errore di precessione sarà in direzioni opposte (nello spazio) nelle due aree, e il suo effetto sarà totalmente o parzialmente eliminato nel risultato medio.

La legge maxwelliana

La legge di Maxwell o legge degli errori gioca un ruolo importante nell'analisi sia della teoria a due derive che di quella ellissoidale. Le misure della velocità radiale ora disponibili ci consentono di verificare in modo diretto fino a che punto i moti stellari obbediscono a questa particolare legge.

Per il tipo A la tabella seguente (21) confronta la distribuzione effettiva dei moti radiali (corretti per il moto solare) con una legge di errore¹². Per eliminare gran parte dell'effetto dello flusso stellare, non sono state utilizzate le quaranta stelle nelle vicinanze dei vertici.

Tabella 21.

Moti radiali di tipo A

Limiti di Velocità	N. stelle	
	Legge degli errori	Osservato
km/s		
0.0 - 4.95	53.4	55
4.95 - 9.95	46.2	47
9.95 - 15.95	38.3	30
15.95 - 25.5	27.4	30
25.5 - 40	6.7	10
>40	0.2	0

Una tabella simile (22) è fornita per i Tipi II. e III. (F5 - M). La distribuzione delle velocità osservate è stata presa da una tabella fornita da Campbell¹³. Non si tiene conto dell'effetto del flusso di stelle, ma questo non avrà un'influenza proporzionale come sui moti più piccoli del Tipo A.

¹¹Hough and Halm, *Monthly Notices*, Vol. 70, p. 584.

¹²Eddington, *Monthly Notices*, Vol. 73, p. 346.

¹³OMAP wp Campbell, *Stellar Motions*, p. 198.

Tabella 21.

Moti radiali di tipo A

Limiti di Velocità	N. stelle	
	Legge degli errori	Osservato
km/s		
0 - 5	135	162
5 - 10	127	131
10 - 15	114	124
15 - 20	97	102
20 - 25	78	52
25 - 30	59	39
30 - 35	42	33
35 - 40	29	17
40 - 50	30	31
50 - 60	10	11
60 - 70	2	7
70 - 80	1	4
>80	0	10

Per il tipo A l'accordo tra la distribuzione osservata delle velocità e la legge dell'errore è notevolmente buono. Per i tipi F5 - M la tabella mostra che la corrispondenza non è così buona. La distribuzione osservata presenta ciò che tecnicamente viene definito eccesso positivo, vale a dire che ci sono troppi moti piccoli e troppi grandi rispetto al numero di moti moderati. Un aumento o una diminuzione del modulo della distribuzione dell'errore con cui viene confrontato migliorerà l'accordo a un'estremità e lo peggiorerà all'altra estremità della tabella. Una distribuzione di questo tipo si otterrebbe mescolando distribuzioni degli errori aventi moduli diversi; e si può quindi supporre che le deviazioni derivino dalla non omogeneità del materiale utilizzato. È anche probabile che se fossero state prese delle precauzioni per evitare gli effetti del flusso stellare, l'eccesso di grandi moti sarebbe stato molto meno pronunciato.

Possiamo concludere che in una selezione di stelle realmente omogenee per quanto riguarda il tipo spettrale (e forse anche la luminosità) le componenti del moto perpendicolari alla linea del flusso stellare sono distribuite secondo la legge dell'errore, come richiesto dalle ipotesi a due derive e ellissoidale. Tuttavia, in una selezione di stelle effettuata in normali condizioni pratiche, è probabile che vi sia un eccesso di moti propri molto grandi e molto piccoli e un difetto di moti moderati.

8 Fenomeni associati con il tipo spettrale

Se due stelle, una di tipo A e l'altra di tipo M, vengono scelte a caso tra le stelle nello spazio, si può prevedere con sicurezza (1) che la stella di tipo A sarà la più luminosa delle due e (2) che avrà una velocità lineare inferiore a quella della stella di tipo M. Diciamo intenzionalmente tra le stelle nello spazio perché, ad esempio, le stelle visibili a occhio nudo sono una selezione molto speciale, tutt'altro che rappresentativa della vera distribuzione delle stelle. Le probabilità che entrambe le previsioni siano corrette sono considerevoli, sebbene a volte si possa verificare un errore. Si potrebbero fornire esempi simili con altri tipi di spettri. In breve, esiste una correlazione evidente, da un lato, tra tipo spettrale e luminosità, e, dall'altro, tra tipo spettrale e velocità del moto. La prima relazione non sorprende affatto, e ci si aspetterebbe una certa correlazione su basi fisiche, anche se forse non così stretta come quella effettivamente riscontrata; tuttavia, la connessione tra tipo e velocità è un risultato davvero notevole.

La scoperta di quest'ultima relazione è avvenuta molto gradualmente. Già nel 1892, W. H. Monck¹ notò che le stelle di Tipo II avevano moti propri maggiori in media rispetto a quelle di Tipo I. Ulteriori ricerche, in particolare quelle di J. C. Kapteyn², hanno sottolineato l'importanza di questa scoperta. Ciò è ben dimostrato dalle stelle che hanno moti propri eccessivi. In un elenco fornito da Dyson³ di novantacinque stelle con moti propri annui superiori a 1 pollice, ce ne sono cinquantuno di cui è noto il tipo di spettro; di queste, cinquanta sono di Tipo II e solo una (Sirio) è di Tipo I. Inoltre, tra quelle con moti propri superiori a $0^{\circ}5$, 140 appartengono al Tipo II e quattro al Tipo I. Ci si rese conto che questo fenomeno non implicava necessariamente una connessione tra il tipo spettrale e la vera velocità lineare; e si preferì generalmente la spiegazione meno sorprendente, secondo cui era dovuto alla debole luminosità e alla conseguente vicinanza di stelle del secondo tipo. Alcune indagini sui moti propri parallattico e trasversale, così come sulle velocità radiali, sembrarono confermare questa ipotesi.

La fase successiva fu raggiunta nel 1908, quando K. E. B. Frost e W. S. Adams⁴ pubblicarono le loro misure delle velocità radiali di venti stelle del tipo di Orione; si mostrò che queste stelle hanno velocità lineari notevolmente piccole, con una media (per una componente) di soli sette chilometri al secondo. Questo risultato sembra essere stato interpretato come una dimostrazione dell'eccezionalità delle stelle di Orione; a quanto pare non si sospettava che si trattasse di un caso particolare di una legge generale.

Con l'introduzione dell'ipotesi dei due flussi e dei conseguenti metodi di indagine, si è fatta nuova luce sull'argomento. Si è trovato che la "distribuzione" dei moti delle stelle di Tipo I era meno ampia di quella di Tipo II, e che le prime seguivano molto più da vicino le direzioni dei flussi stellari⁵. Sebbene fossero possibili altre interpretazioni, questa sembrava indicare che i singoli moti delle stelle di Tipo I fossero inferiori a quelli delle stelle di Tipo II. Una prova definitiva fu finalmente fornita nel 1910 dai risultati delle misure delle velocità radiali, che mostravano chiaramente che le velocità delle stelle di secondo tipo erano in media maggiori. Ma i risultati delle velocità radiali portarono a una generalizzazione più ampia. J. C. Kapteyn⁶ e

¹Monck, *Astronomy and Astrophysics*, Vol. 11 e 12.

²Kapteyn, *Astr. Nach.*, No. 3487.

³Dyson, *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*, Vol. 29, p. 378.

⁴Frost e Adams, *Yerkes Decennial Publications*, Vol. 2, p. 143.

⁵Eddington, *Nature*, Vol. 76, p. 250; Dyson, *loc. cit.*, pp. 389, 390.

⁶Kapteyn, *Astrophysical Journal*, Vol. 31, p. 258.

W. W. Campbell⁷ hanno sottolineato indipendentemente che la velocità lineare media aumenta continuamente passando attraverso l'intera serie dai tipi più antichi a quelli più recenti, vale a dire nell'ordine B, A, F, G, K, M. La tabella seguente contiene i risultati della discussione di Campbell.

Tabella 23.

Velocità medie delle stelle (Campbell)

Tipo di stelle	Rapporto assi ellisse di velocità	
	Velocità radiale	Peso (N. di stelle)
	km/s	
B	6.52	225
A	10.95	177
F	14.37	185
G	14.97	128
K	16.8	382
M	17.1	73
Nebule planetarie	25.3	12

Le velocità per F, G e K sono riportate nell'ordine corretto, ma sarebbe forzare eccessivamente i dati attribuirvi troppa importanza. Il passaggio da B ad A e da A al Tipo II (F, G, K) è piuttosto ben marcato, e il passaggio dal Tipo II a M è piuttosto indicato. La posizione della nebulosa planetaria alla fine è decisamente curiosa. Se abbiamo piena fiducia nella legge secondo cui la velocità aumenta con lo stadio di sviluppo, ne consegue che una nebulosa planetaria deve essere considerata uno stadio finale, non certo l'origine di una stella. C'è una certa fondatezza in un'osservazione di R. T. A. Innes⁸: "Il fatto che abbiamo visto una stella trasformarsi in una nebulosa⁹ dovrebbe superare ogni speculazione contraria secondo cui le stelle hanno origine da una nebulosa". È necessario procedere con cautela in tale applicazione; ma sembra che abbiamo a portata di mano un nuovo metodo per decidere questioni dubbie circa l'ordine di sviluppo delle diverse fasi nella storia di una stella.

I moti residui riportati nella Tabella 23 sono corretti per il moto solare, ma non per i moti dei flussi stellari. Pertanto, non rappresentano quelli che consideriamo i veri moti stellari individuali, distinti dai moti sistematici. La rimozione di quest'ultimo deve influenzare sensibilmente i valori. Se, seguendo l'ipotesi di Schwarzschild, a è la velocità media perpendicolare alla direzione del flusso stellare e c la velocità media verso o lontano dal vertice, la velocità radiale media in un punto distante θ dal vertice è

$$\sqrt{a^2 \sin^2 \theta + c^2 \cos^2 \theta}$$

e la velocità radiale media sull'intera sfera è

$$\frac{1}{4\pi} \iint \sqrt{a^2 \sin^2 \theta + c^2 \cos^2 \theta} \sin \theta d\theta d\phi$$

Questa situazione verrebbe leggermente modificata dal fatto che si osservano più stelle vicino al piano galattico che in altre parti del cielo, ma, poiché l'asse del moto preferenziale giace sul piano galattico, l'effetto di questa disuguaglianza è ridotto al minimo.

⁷Campbell, *Lick Bulletin*, No. 196.

⁸Innes, *The Observatory*, Vol. 36, p. 270.

⁹Riferito al fenomeno delle fasi successive di una Nova.

Integrando, la velocità radiale media diviene

$$\frac{1}{2} \left\{ c + a \frac{\sinh^{-1} \beta}{\beta} \right\}$$

dove

$$\beta = \sqrt{\frac{c^2 - a^2}{a^2}}$$

Se, ad esempio, $\frac{a}{c} = 0.56$, il che è probabilmente vero per le stelle di tipo A, questa velocità è uguale a $1.30a$. Quindi, per ottenere il vero *motus peculiaris*, libero dagli effetti del flusso stellare, dovremmo dividere il risultato per il tipo A, riportato nella Tabella 23, per 1.30. Per i tipi successivi, l'ellissoide di velocità è meno prolato e il divisore sarebbe più piccolo, circa 1.15; il tipo B non mostra alcuna traccia di flusso stellare e la velocità già indicata potrebbe rimanere inalterata. Le velocità medie individuali così modificate sarebbero quindi:

B. 6.5; A. 8.4; F, G, K, 13.6 km/s.

Si nota ancora un costante aumento della velocità con l'avanzamento del tipo, sebbene il salto principale sia ora tra A e F.

Risultati simili sono stati ottenuti da Lewis Boss¹⁰ da una discussione sui moti propri delle stelle. Il metodo, precedentemente applicato da Kapteyn ai moti propri di Bradley, si basa sui seguenti principi. Scomponiamo il moto proprio in due componenti, il moto parallattico v verso l'antiapice solare e il moto proprio trasversale τ perpendicolare ad esso. Possiamo determinare la parallasse media delle stelle di qualsiasi tipo a partire dal moto parallattico medio, con l'ausilio della velocità nota del moto solare. Grazie a questa parallasse media, il valore medio di τ , indipendentemente dal segno, può essere convertito in una misura lineare. Questi moti lineari incrociati sono esattamente confrontabili con i moti radiali appena discussi. Come questi, sono esenti dagli effetti del moto solare, ma non sono corretti per il flusso stellare. I risultati di Boss, che dipendono dagli eccellenti dati del suo catalogo, sono i seguenti:

Tabella 24.

Velocità medie delle stelle (Boss)

Tipo ¹¹	Rapporto assi ellisse di velocità	
	Moto incrociato medio	Peso (N. di stelle)
		km/s
B	6.3	490
A	10.2	1647
F	16.2	656
G	18.6	444
K	15.1	1227
M	17.1	222

Lo stretto accordo con l'evidenza indipendente delle velocità radiali è molto soddisfacente. I risultati di Boss si basano sul presupposto che il moto solare sia lo stesso per tutti i tipi, il che è suscettibile a qualche dubbio. Per quanto riguarda l'irregolarità della progressione F, G, K, non c'è dubbio che il suo metodo di esclusione delle stelle con moto proprio eccessivo porti a un valore troppo piccolo del moto parallattico rispetto al moto trasversale; e questo è

¹⁰Boss, *Astron. Journ.*, Nos. 623-4, p. 198.

¹¹Nella classificazione di Boss, B include da Oe5 a B5; A include da B8 a A4; F include da A5 a F9.

particolarmente vero per i tipi F e G, che contengono di gran lunga la maggiore proporzione di grandi moti propri. I moti lineari da lui dedotti per questi due tipi dovrebbero di conseguenza essere diminuiti. I fatti qui presentati indirizzano l'attenzione sulla questione più profonda: come nascono i singoli moti delle stelle? Sembra che, ripercorrendo a ritroso la storia di una stella, la sua velocità si riduca sempre di più. Nella fase di Orione, è solo un terzo di quella che diventerà alla fine. Dobbiamo dedurre che una stella nasce senza moto e ne acquisisce gradualmente uno? Credo che questa sia la conclusione corretta, sebbene esista più di una scappatoia, che merita di essere presa in considerazione.

J. Halm¹² ha ipotizzato che nel sistema stellare valga l'equipartizione dell'energia; secondo la sua opinione, le stelle di Orione si muovono lentamente, non perché siano giovani, ma perché sono massicce. Se le stelle si fossero formate tutte all'incirca nella stessa epoca, ci si potrebbe aspettare che le stelle grandi impieghino più tempo a completare le loro fasi di sviluppo rispetto alle stelle più piccole, così che attualmente più massiccia è la stella, più precoce sarebbe il suo tipo spettrale. La principale prova diretta riguardo alle masse delle stelle si trova in una discussione sulle orbite studiate binarie spettroscopiche. Nei casi in cui entrambe le componenti sono sufficientemente luminose da mostrare i loro spettri, si può trovare la quantità $(m_1 + m_2) \sin^3 i$; qui i è l'inclinazione sconosciuta dell'orbita rispetto al piano celeste.

Sono disponibili per la discussione sette binari di tipo B e nove di tipo A-G. Supponendo che il valore medio di $\sin^3 i$ sarà lo stesso per entrambi i gruppi, si è scoperto che

$$\frac{\text{massa media binarie Tipo B}}{\text{massa media di altri tipi}} = 8.6$$

Quando si può osservare lo spettro di una sola componente, la quantità

$$m_1 \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 \sin^3 i$$

può essere trovata. Sono note settantatré orbite adatte di questo tipo. Queste danno

$$\frac{\text{massa media binarie Tipo B}}{\text{massa media di altri tipi}} = 6.5$$

Questi risultati indicano che le stelle B sono considerevolmente più massive rispetto agli altri tipi; e il rapporto concorda effettivamente con quello richiesto dalla legge di equipartizione dell'energia, ovvero che la massa media è inversamente proporzionale al quadrato della velocità media. Ma la principale argomentazione a favore dell'equipartizione è stata di natura teorica, basata su una presunta analogia tra il comportamento delle stelle e quello delle molecole di un gas. Questo argomento sarà preso in considerazione nel capitolo XII; le prove qui fornite sembrano convincenti per ritenere che l'analogia tra un sistema stellare e un sistema gassoso non sia valida; e l'equipartizione, se esiste, non può essere spiegata in questo modo.

Sembra certo che il moto di una stella non sia stato, durante il periodo della sua esistenza, sensibilmente disturbato dal passaggio casuale di stelle vicine. Questa dottrina di non interferenza porta a concepire che ogni stella descriva un'orbita regolare (non necessariamente chiusa) sotto l'attrazione centrale dell'intero sistema stellare. Una stella del genere vagabonda a volte vicino al centro, a volte a grande distanza, trasformando l'energia potenziale in energia cinetica e viceversa. Più è vicina al centro, maggiore sarà la sua velocità. Di conseguenza, nel sistema stellare, ci si può aspettare che la velocità media diminuisca dal centro verso l'esterno. Questa conclusione si basa sull'ipotesi che la maggior parte delle stelle si avvicinino e si allontanino continuamente dal centro; se la maggior parte descrivesse orbite circolari, la velocità aumenterebbe effettivamente dal centro verso l'esterno. Ma accettandola come condizione possibile e abbastanza probabile,

¹²Halm, *Monthly Notices*, Vol. 71, p. 634.

offre un'altra spiegazione dell'associazione tra velocità e tipo spettrale. Supponiamo che le stelle di Orione si muovano lentamente, non perché sono giovani, ma perché sono molto distanti. L'ordine del tipo spettrale è (o era fino a poco tempo fa) ritenuto corrispondere all'ordine di luminosità e, di conseguenza, per le stelle fino a una magnitudine limite, all'ordine di distanza media. Quindi è possibile che stiamo usando la classificazione spettrale come una classificazione della distanza, e che stiamo determinando una relazione tra distanza e velocità.

Questa spiegazione è stata precedentemente avanzata in via sperimentale dallo scrivente¹³, ma viene qui fornita solo per poter essere confutata. Per verificarla, sono stati rilevati i moti radiali delle stelle di tipo A e raggruppati in base alla magnitudine del moto proprio. Questo raggruppamento è una suddivisione approssimativa in base alla distanza, poiché i moti propri maggiori di solito indicano le stelle più vicine.

Moto proprio secolare	Velocità radiale media	N. di stelle
°	km/s	
>20	10.1	19
12-20	8.8	29
8-12	12.4	38
4-8	11.6	61
0-4	11.1	65

Non c'è qui alcun segno di una diminuzione della velocità con l'aumentare della distanza. È chiaro che la distanza non può essere il fattore determinante¹⁴.

Torniamo quindi alla conclusione originale e diretta che il fenomeno è una reale correlazione tra velocità e tipo spettrale, indipendente dalla massa o dalla distanza.

Finora abbiamo discusso la relazione tra tipo spettrale e singoli moti stellari; resta da considerare se i moti sistematici varino da un tipo all'altro. Nel Capitolo V si è scoperto che la declinazione dell'apice solare dipendeva dal tipo di stelle scelto, essendo più verso nord per i tipi successivi. Non è chiaro se la velocità del moto solare sia sensibilmente diversa. I seguenti risultati sono forniti da Campbell¹⁵, ma la quantità di dati è appena sufficiente per consentire di attribuirvi un peso significativo.

Tipo	Velocità solare	Peso (N. di stelle)
	km/s	
B	20.2	225
A	15.3	212
F	15.8	185
G	16.0	128
K	21.2	382
M	22.6	73

Secondo l'ipotesi delle due derive, il moto solare o parallattico è semplicemente la media di due moti di deriva parzialmente opposti e, per una comprensione più completa di questi cambiamenti, o possibili cambiamenti, del moto solare, bisogna fare riferimento alle derive. Molte ricerche indipendenti hanno scoperto che la tendenza al flusso di stelle è appena evidente nelle stelle di tipo B, è più marcata nel tipo A e diventa meno marcata nei tipi successivi, sebbene sia ancora piuttosto evidente nel tipo K. L'improvviso sviluppo del flusso di stelle nella sua

¹³Eddington, *Brit. Assoc. Report*, 1911, p. 259.

¹⁴Si veda anche Kapteyn, *Proc. Amsterdam Acad.*, 1911, pp. 528, 911.

¹⁵Campbell, *Lick Bulletin*, No. 211.

piena intensità nel passaggio dal tipo B al tipo A è un fenomeno curioso, ma le prove sono schiaccianti. La questione è stata studiata quantitativamente da H. A. Weersma¹⁶ a partire dai dati del Catalogo di Boss. Se V è la velocità di una deriva rispetto all'altra e Q la velocità media individuale delle stelle, egli trova:

$$\text{Per il tipo A: } \frac{V_1}{\Omega_1} = 2.29 \pm 0.19$$

$$\text{Per i tipi K e M: } \frac{V_2}{\Omega_2} = 0.98 \pm 0.11$$

Ancora, se P è il moto solare rispetto alla media delle stelle,

$$\text{Per il tipo A: } \frac{P_1}{\Omega_1} = 1.08 \pm 0.08$$

$$\text{Per i tipi K e M: } \frac{P_2}{\Omega_2} = 0.62 \pm 0.04$$

Nella ricerca si è ipotizzato che la proporzione in cui le stelle sono divise tra le due derive sia la stessa per il tipo A come per K e M, ovvero 3 : 2. Non è affatto certo che ciò sia corretto.

Queste differenze tra le quantità V/Ω e P/Ω per i due gruppi sono in gran parte spiegate dalle differenze in Ω già discusse; ma sembrerebbe che per conciliare i risultati si debba avere anche P_1 diverso da P_2 oppure V_1 diverso da V_2 . Considerando i probabili errori, l'evidenza di ciò è piuttosto scarsa. Se, ad esempio, poniamo $\Omega_2 : \Omega_1 = 1.8$, un valore che sembra rappresentare i risultati derivati dalle velocità radiali, allora

$$\begin{aligned} V_1 : V_2 &= 1.30 \\ P_1 : P_2 &= 0.97 \end{aligned}$$

Ciò rende il moto solare pressoché uguale per i due tipi e determina una reale diminuzione della velocità del flusso stellare, passando dal Tipo A in poi. Con un rapporto leggermente inferiore, $\Omega_2 : \Omega_1$, otterremmo la stessa velocità del flusso stellare, ma un moto solare inferiore per il Tipo A rispetto ai Tipi K e M: una spiegazione altrettanto probabile, che, peraltro, riceve un piccolo supporto dalle determinazioni dirette del moto solare già citate.

Il punto di vista sostenuto da Kapteyn¹⁷ abbandona l'ipotesi che la divisione tra le due derive sia la stessa per tutti i tipi. Si osserva invece un aumento continuo della proporzione di stelle di Deriva II con l'avanzare del tipo spettrale, e allo stesso tempo un cambiamento continuo nella direzione dei moti della corrente. Egli ritiene che nel corso del tempo i moti delle correnti siano leggermente cambiati, in modo tale che le stelle più vecchie si siano discostate di più e quelle più giovani di meno, ma tutte in misura maggiore o minore, dalla direzione e velocità originali.

La cospicua relazione tra la luminosità delle stelle e i loro tipi spettrali è già stata accennata a proposito delle stelle più vicine. Molte ulteriori informazioni possono essere ricavate da indagini sulla massa generale delle stelle. Poiché di solito consideriamo cataloghi o selezioni di stelle limitate da una certa magnitudine apparente, la differenza di luminosità porta a una differenza nella distanza media delle classi spettrali. Quando affermiamo, come facciamo comunemente, che le stelle B sono più lontane delle stelle A, non intendiamo dire che ci sia alcuna differenza nella loro distribuzione reale nello spazio, ma solo che, quando consideriamo stelle limitate da

¹⁶Weersma, *Astrophysical Journal*, Vol. 34, p. 325.

¹⁷Kapteyn, *Proc. Amsterdam Acad.*, 1911, p. 524.

una certa magnitudine, la selezione delle stelle B è dispersa in un volume di spazio maggiore rispetto alla selezione delle stelle A.

Potremmo sperare di ottenere informazioni sulle distanze medie, e quindi sulla luminosità dei tipi spettrali, confrontando i loro gradi di concentrazione con il piano galattico. La tendenza generale delle stelle ad affollarsi sul piano galattico è spiegata dalla forma oblatata del sistema stellare, che ci permette di vedere attraverso una maggiore profondità in alcune direzioni rispetto ad altre. Ma, chiaramente, se una classe di stelle è confinata in una piccola sfera al centro del sistema stellare, la sua distribuzione non sarà in alcun modo influenzata dalla forma del confine. Pertanto, scopriamo che le stelle con moti propri superiori a 10" per secolo non mostrano alcuna concentrazione galattica; sono tutte relativamente vicine a noi. Maggiore è la distanza media delle stelle, o più ampio è il volume di spazio attraverso cui possono essere osservate, maggiore sarà l'influenza della forma schiacciata del sistema. La carenza di stelle nella regione dei poli galattici sarà sempre più marcata. Pertanto, possiamo aspettarci che l'entità della concentrazione galattica sia una misura della distanza media della classe.

Utilizzando la Revised Harvard Photometry, E.H. C. Pickering¹⁸ ha determinato la distribuzione delle stelle fino a una magnitudine limite di 6.5, ordinate in base al tipo spettrale e alla latitudine galattica. I suoi risultati sono riportati nella Tabella 25.

Tabella 25.

Distribuzione delle stelle più luminose della 6.5^m

Zona	Latitudine galattica media	B.	A.	F.	G.	K.	M.
	°						
I.	+62.3	8	189	79	61	1876	56
II.	+41.3	28	184	58	69	174	49
III.	+21.0	69	263	83	70	212	57
IV.	+9.2	206	323	96	99	266	77
V.	-7.0	161	382	116	84	239	45
VI.	-22.2	158	276	117	100	247	69
VII.	-38.2	57	161	94	59	203	59
VIII.	-62.3	29	107	77	67	202	45

Le otto zone hanno la stessa area, quindi i numeri mostrano direttamente la densità relativa alle diverse latitudini galattiche.

La suddivisione di Pickering dei tipi spettrali era la seguente: $B = O - B8$; $A = B9 - A3$; $F = A4 - F2$; $G = F5 - G$; $K = G5 - K2$; $M = K5 - N$. Le suddivisioni sono leggermente diverse da quelle che abbiamo considerato in precedenza. Assumendo il grado di concentrazione mostrato in queste tabelle come misura della distanza media, dovremmo disporre i tipi in ordine decrescente di distanza e luminosità, quindi:

B, A, F e G, K, M,

che è identica all'ordine di evoluzione usualmente accettato.

Ciò è in buon accordo con i risultati del Capitolo III sulla luminosità delle stelle derivati dalle indagini sulla parallasse. In quell'occasione è stata notata una diminuzione generale della luminosità con l'avanzare del tipo. Inoltre, poiché la sequenza B, A, F, G, K, M corrisponde probabilmente all'ordine di temperatura decrescente, non sorprende che la luminosità diminuisca allo stesso modo.

¹⁸Pickering, *Harvard Annals*, Vol. 64, p. 144.

Tuttavia, questo ordine è indubbiamente errato. Non è difficile misurare le distanze medie delle stelle dei vari tipi spettrali con metodi meno ipotetici. Il moto parallattico medio in arco è proporzionale alla parallasse media, poiché il vero moto parallattico lineare è, almeno approssimativamente, lo stesso per tutte le classi spettrali. Oppure, ancora, confrontando il moto trasversale proprio medio (ad angolo retto rispetto al moto parallattico) in arco con il moto trasversale medio in misura lineare (Tabella 23), si ottiene una determinazione indipendente della distanza media. Si possono citare cinque ricerche su queste linee¹⁹.

¹⁹L. Boss, *Astron. Journ.*, Nos. 623-4; Kapteyn, *Astrophysical Journal*, Vol. 32, p. 95; Campbell, *Lick Bulletin*, No. 196, p. 182; Jones, *Monthly Notices*, Vol. 74, p. 168; Schwarzschild, *Göttingen Aktinometrie Teil B.*, p. 37.

Tabella 26.

Distanze medie dei Tipi Spettrali

(a) L. Boss			(b) J. C. Kapteyn		
Tipo	Moto parallattico	N. stelle	Tipo	Moto parallattico	N. stelle
Oe5.-B5	2.73"	490	B9	0.0068	440
B8-A4	4.08	1647	A	0.0098	1088
A5-F9	4.99	656	F,G,K	0.0224	1036
G	3.12	444	M	0.0111	101
K	4.03	1227			
M	3.29	222			
(c) W. W. Campbell			(d) H. S. Jones		
Tipo	Parallasse medio	N. stelle	Tipo	Parallasse medio	N. stelle
BO-B5	0.0061	312	B0-B5	0.0031	11
B8, B9	0.0129	90	B8-A4	0.0058	188
A	0.0166	172	A5-F9	0.0110	187
F	0.0354	180	G0-G5	0.0076	141
G	0.0223	118	G6-M	0.0056	140
K	0.0146	346			
M	0.0106	71			

(e) Schwarzschild.			
Tipo approssimato	Indice di colore	Moto parallattico	N. Stelle
	m.	"	
B	-0.65	3.5	64
A	-0.35	2.9	332
F	-0.05	8.9	277
G	+0.25	20.8	150
	+0.55	8.6	126
	+0.85	7.6	277
K	+1.15	4.9	199
	+1.45	4.0	184
M	+1.75	4.6	71

Il moto parallattico medio (secolare) è 410 volte la parallasse.

(a) I risultati di L. Boss, basati sui moti propri delle stelle più luminose di 6.0^m nel suo Catalogo, si riferiscono più o meno alle stesse stelle utilizzate nella discussione di Pickering sulla distribuzione galattica. Sfortunatamente Boss ha respinto tutti i moti propri superiori a $20''$ per secolo; questo non solo ha reso i suoi valori sistematicamente troppo piccoli, ma ha avuto un effetto sproporzionatamente grande nel caso dei tipi F e G, che includono la maggior parte delle stelle con moti eccessivamente grandi. Di conseguenza, i valori per F e G devono essere notevolmente aumentati.

(b) I risultati di Kapteyn dipendono da moti propri meno accurati rispetto ai precedenti. Per tenere conto delle differenze nelle magnitudini medie dei diversi tipi, i valori della parallasse media sono stati corretti in modo da corrispondere alla magnitudine 5.0.

(c) La determinazione di Campbell si basa sui moti incrociati. Si riferisce a stelle leggermente più luminose rispetto alle altre indagini, con magnitudine media di 4.3^m .

(d) La determinazione di Jones si basa sui moti parallattici delle stelle tra la Dec. $+73^\circ$ e $+90^\circ$, di magnitudine media 6.8^m . La differenza di magnitudini tra queste stelle e le spiegazioni di Campbell per le parallassi minori riscontrate è di 2.5.

(e) La classificazione di Schwarzschild si basa principalmente sull'indice di colore. I moti propri sono tratti dal Catalogo di Boss.

Tutte le ricerche concordano nel dimostrare che la parallasse media aumenta costantemente dal Tipo B fino a un punto vicino a F o G, per poi diminuire nuovamente fino a un valore piccolo per il Tipo M. L'ordine di distanza è quindi completamente diverso dall'ordine standard B, A, F, G, K, M. In particolare, sembra che le stelle di Tipo M siano più distanti di qualsiasi altro tipo eccetto B.

Come mai allora le stelle M non mostrano praticamente alcuna concentrazione galattica, mentre le stelle A sono fortemente condensate? La nostra precedente spiegazione fallisce, perché l'ipotesi che il Tipo M sia molto meno remoto del Tipo A si dimostra ora falsa. Sembra necessario concludere che le apparenti differenze nella distribuzione galattica sono reali; che il sistema delle stelle A è molto schiacciato e che il sistema di Tipo M è quasi globulare.

Ciò porta alla seguente teoria. Le stelle si formano principalmente nel piano galattico. Il tipo B, a causa delle basse velocità individuali e del breve tempo trascorso dalla nascita, rimane fortemente condensato nel piano. Nelle fasi successive, le stelle hanno avuto il tempo di allontanarsi ulteriormente dal piano galattico, e le loro velocità più elevate contribuiscono a disperderle. Nell'ultimo tipo, M, le stelle sono diventate quasi uniformemente sparse e rimangono pochissime tracce del loro piano originale. Vedremo nel Capitolo XII le ragioni per modificare leggermente questa ipotesi.

Si noterà che, per quanto riguarda la relazione tra tipo spettrale, velocità e concentrazione galattica, siamo stati spinti ad adottare l'interpretazione diretta dei fenomeni, che si presentano più naturalmente a chiunque non abbia considerato l'argomento in modo approfondito. La correlazione è esattamente ciò che appare, e le sottili ipotesi di una sua possibile correlazione con altri effetti si rivelano alla fine fallimentari. Tuttavia, penso che abbiamo fatto bene a non trarre subito conclusioni ovvie; era necessario esaminare e, per un certo periodo, preferire le spiegazioni alternative che, sebbene di per sé più complesse, portavano a una concezione più semplice (troppo semplice, a quanto pare ora) del sistema stellare.

Rimane un punto cruciale di grande difficoltà, che può essere illustrato in modo più pratico dalle stelle di Tipo M. Siamo stati condotti a due opinioni opposte sulla loro luminosità. Nelle indagini sulla parallasse del Capitolo III, si è scoperto che erano le più deboli di tutti i tipi; nelle presenti indagini statistiche si è scoperto che sono le più luminose, fatta eccezione per il Tipo B. Si può ritenere che la nostra conclusione derivante dalle indagini sulla parallasse si basi su prove piuttosto deboli, sebbene molto coerenti; altre parallassi (meno affidabili) la confermano, e inoltre le stelle K mostrano una discordanza simile nei due tipi di indagine. Si può ammettere subito che i risultati di parallasse e statistici si riferiscono a selezioni di stelle completamente diverse; nessuna delle stelle M e K estremamente deboli delle Tabelle 3 e 5 rientra nei dati della nostra ultima discussione. Entrambi i risultati sono probabilmente corretti; ma è difficile capire come possano essere conciliati.

Il contributo principale a questo problema è l'ipotesi delle stelle "giganti" e "nane" avanzata da H. Hertzsprung²⁰ e H. N. Russell²¹. Essi considerano che ogni tipo spettrale abbia due divisioni, che in realtà non sono strettamente correlate. Una classe è composta da stelle intensamente luminose e l'altra da stelle deboli, con poca o nessuna transizione tra le due classi. Supponendo che le stelle deboli siano molto più abbondanti delle stelle luminose in qualsiasi volume di spazio, le indagini sulla parallasse si concentreranno principalmente sulle nane, mentre le indagini statistiche, selezionando per magnitudine, si concentreranno sulle giganti. Questo spiegherebbe

²⁰Hertzsprung, *Zeit. für. Wiss. Phot.*, Vol. 3, p. 429; Vol. 5, p. 86; *Astr. Nach.*, No. 4296.

²¹Russell, *The Observatory*, Vol. 36, p. 324; Vol. 37, p. 165.

le diverse luminosità; poiché il Tipo M indicherà quindi due classi completamente diverse nei due tipi di ricerca.

Russell ha supportato questa ipotesi con prove dirette tratte dalle misure della parallasse. Grazie alla sua gentilezza mi è consentito riprodurre il suo diagramma (Fig. 19) delle luminosità assolute di tutte le stelle per le quali è stato possibile ottenere i dati necessari; sono state utilizzate parallasse a cui esiteremmo ad attribuire grande importanza; ma le caratteristiche principali del suo diagramma difficilmente possono essere messe in dubbio. Sotto ogni tipo spettrale sono mostrati dei punti che rappresentano su scala verticale le magnitudini assolute (magnitudine a una distanza di 10 parsec) delle singole stelle di quel tipo. I cerchi grandi rappresentano i valori medi per stelle luminose con moto proprio e parallasse piccoli.

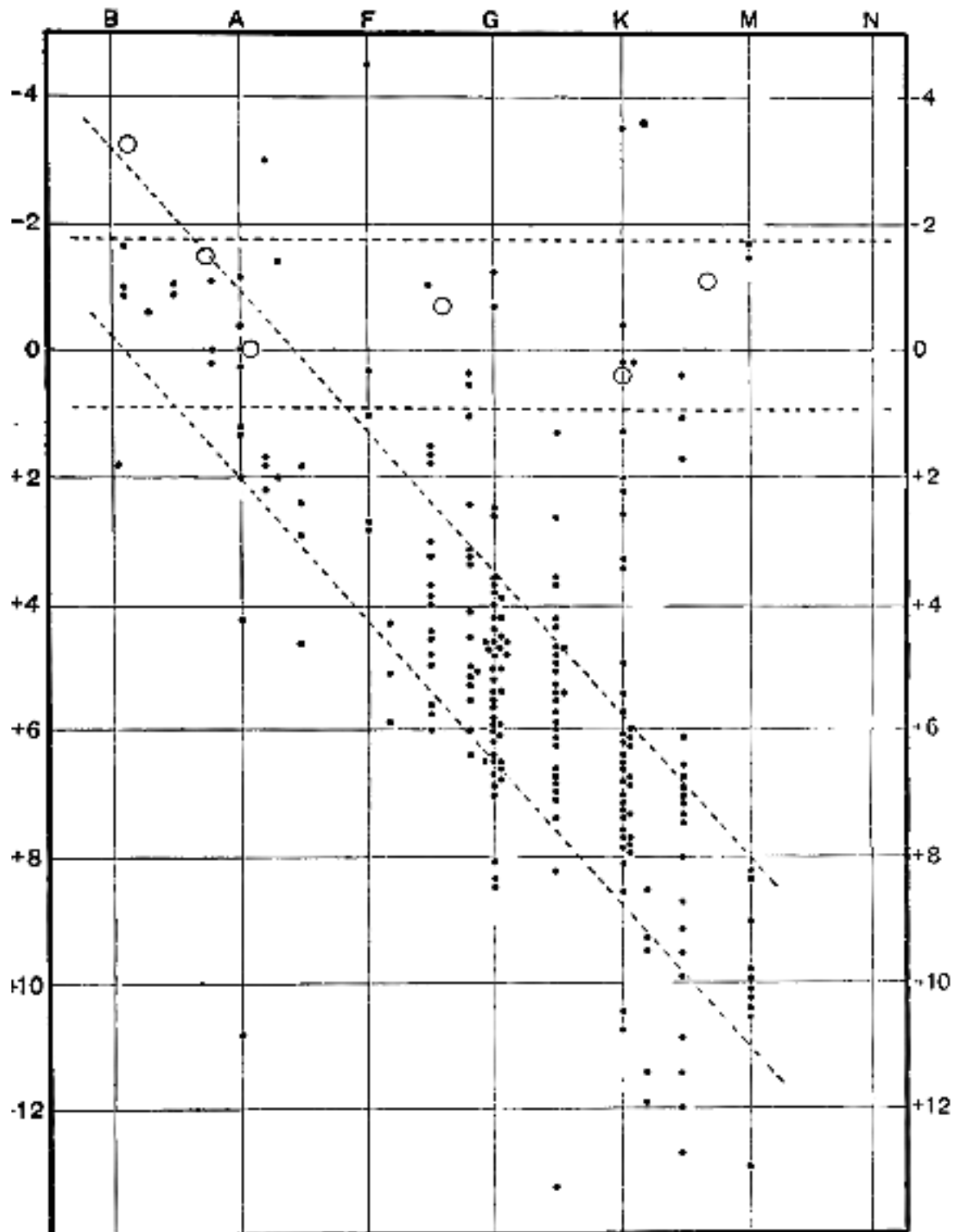


Fig. 19. - Magnitudini assolute delle stelle (Russel)

La configurazione generale dei punti sembra corrispondere a due linee. Sembrerebbero esserci due serie di stelle, una molto luminosa e di luminosità quasi indipendente dallo spettro, e l'altra la cui luminosità diminuisce rapidamente con l'aumentare del rossore. La prima serie, corrispondente alla linea orizzontale, è quella delle giganti, e la seconda, corrispondente alla linea obliqua, quella delle nane. Per i tipi B e A, giganti e nane praticamente si fondono; ma la divergenza aumenta notevolmente nel tipo M. Va osservato che l'evidenza di questo diagramma, per quanto convincente possa apparire, non ci obbliga a dividere i tipi K e M in due classi distinte. Le stelle di cui sono state misurate la parallasse e la luminosità sono nella maggior parte dei casi scelte per la luminosità o per la vicinanza (moto proprio elevato). I due gruppi possono quindi derivare dalla doppia modalità di selezione, senza implicare alcuna reale divisione nelle luminosità intrinseche.

Ad esempio, se le magnitudini assolute M sono distribuite secondo la legge di frequenza

$$e^{-k^2(M-M_0)^2}$$

le stelle di magnitudine assoluta M e di magnitudine apparente maggiore di m sono quelle comprese in una sfera di raggio r data da

$$\log_{10} r = 0.2 (m - M)$$

il volume di questa sfera è proporzionale a r^3 o a

$$10^{0.6(m-M)}$$

e la frequenza di una magnitudine assoluta M tra le stelle limitate dalla magnitudine m è proporzionale a

$$e^{-k^2(M-M_0)^2 + 1.38(m-M)}$$

Questa è una distribuzione d'errore con la stessa dispersione di prima, ma che si aggira intorno al valore medio $M_0 - \frac{0.69}{k^2}$.

Pertanto i nostri due metodi di selezione delle parallassi stellari darebbero luminosità raggruppate attorno a due magnitudini distinte M , e $M_0 - \frac{0.69}{k^2}$. Se si suppone che $1/k$ aumenti con l'avanzare del tipo, i due gruppi divergenti saranno spiegati. Dalla fig. 19 si vede che i due gruppi di tipo M differiscono di circa undici magnitudini. Ponendo $0.69/k^2=11$, abbiamo $1/k = 4.0^m$. Per il tipo G la differenza è di sei magnitudini e $1/k = 2.9^m$.

Russell ha dimostrato che la legge dell'errore, assunta per le grandezze assolute, è confermata dalle osservazioni; ma il modulo è inferiore a quello calcolato, ovvero $1/k = 1.6^m$ (corrispondente a una deviazione probabile di 0.75^m). Questo risultato può essere considerato riferito alla media di tutti i tipi spettrali.

Sebbene le prove derivanti dalle luminosità determinate direttamente siano quindi poco conclusive, ci sono diverse altre indicazioni che indicano l'esistenza reale delle due serie. Forse l'argomento più forte è di natura teorica. Secondo le note teorie di Lane e Ritter, quando una stella si contrae da uno stato di elevata diffusione, la sua temperatura aumenta fino a raggiungere una certa concentrazione, dopodiché la perdita di calore per radiazione è maggiore di quella ottenuta convertendo l'energia gravitazionale in calore, e la stella inizia a raffreddarsi nuovamente. Le recenti scoperte di una nuova fonte di energia nei processi radioattivi comportano alcune modifiche di queste teorie; ma probabilmente si può accettare il risultato generale di una temperatura che aumenta fino a un massimo e poi diminuisce. Ora, se lo spettro di una stella dipende principalmente dalla sua temperatura effettiva, è possibile che la classificazione di Draper raggruppi stelle con la stessa temperatura, indipendentemente dal fatto che si trovino nello stato

ascendente o discendente. Le prime sarebbero corpi altamente diffusi, le seconde concentrati. A parità di luminosità superficiale, che dipende dalla temperatura, le stelle ascendenti con ampia area superficiale emetterebbero una quantità di luce totale molto maggiore rispetto alle stelle discendenti più dense. Se quindi le stelle avessero tutte la stessa massa, una conclusione supportata dalle prove disponibili ci porterebbe ad avere due gruppi per ciascun tipo, uno a bassa densità e intensa luminosità totale e uno ad alta densità e bassa luminosità. Questi due gruppi si fonderanno per le stelle B, che segnano la temperatura massima raggiunta, e si allontaneranno man mano che la temperatura diminuisce, proprio come nel diagramma. Inoltre, sul lato ascendente, l'aumento della temperatura e la diminuzione dell'area superficiale si opporranno nel loro effetto sulla luminosità, così che la variazione di luminosità da un tipo all'altro sarà minima. Sul lato discendente, la diminuzione della superficie e della luminosità superficiale porteranno entrambe a una rapida variazione di luminosità da un tipo all'altro.

Le misure della densità delle binarie visuali e spettroscopiche favoriscono l'ipotesi che alcune delle stelle di tipo più recente siano in condizioni di elevata diffusione, mentre altre siano molto condensate. La Tabella 27, dovuta a H. Shapley²², contiene le determinazioni della densità dei sistemi a eclissi. Sfortunatamente, si tratta principalmente di stelle di tipo precoce, ma la tendenza a dividersi in due gruppi è ben illustrata anche in F e G.

Tabella 27

Densità stellari (Shapley)

Densità (Acqua =1)	B.	A.	F.	G.	K.
>100	—	—	—	1	—
1.00-0.50	—	—	1	—	—
0.50-0.20	1	10	6	1	—
0.20-0.10	4	12	1	1	—
0.10-0.05	3	17	—	—	—
0.05-0.02	2	8	—	—	—
0.02-0.01	—	3	1	1	—
0.01-0.001	2	—	—	—	—
0.001-0.0001	—	—	—	2	1
<0.0001	—	—	1	1	—

È noto che la classificazione di Lockyer differenzia le stelle in serie di temperature ascendenti e discendenti, ma secondo Russell le stelle giganti e nane non corrispondono ai criteri di Lockyer.

Per quanto riguarda la possibilità di distinguere due serie in base a lievi differenze nei loro spettri, un contributo interessante è stato dato da Hertzsprung. Nella classificazione di Miss Maury, alcune stelle vengono discriminate in base al cosiddetto carattere *c*, per l'aspetto molto netto delle loro righe di assorbimento. Si è scoperto che queste stelle (che sono piuttosto poche) hanno moti propri molto più piccoli rispetto alle corrispondenti stelle dello stesso tipo spettrale senza la caratteristica *c*. Con un'eccezione (*v* Ursae Majoris), i moti sono quasi impercettibili, generalmente inferiori persino a quelli del tipo di Orione primitivo. Se, per tenere conto delle diverse magnitudini, tutti i moti propri vengono moltiplicati in modo da rappresentare quello che sarebbe il moto apparente della stella a una distanza alla quale apparirebbe di magnitudine zero, quanto segue (condensato dalla tabella di Hertzsprung²³) mostra i risultati per stelle con e senza la caratteristica *c*:

²²Shapley, *Astrophysical Journal*, Vol. 38, p. 158.

²³Hertzsprung, *Zeit. für. Wiss. Phot.*, Vol. 5, p. 86.

Tabella 28

Stelle con la caratteristica c

Stelle	Moto proprio	Moto proprio normale	Stelle	Moto proprio	Moto proprio normale
α Can. Maj.	0.03	0.20	ν Persei	0.06	1.20
67 Ophiu	0.08	0.20	α Persei	0.09	2.22
Rigel	0.00	0.41	δ Can. Maj.	0.02	3.25
μ Sagittarii	0.03	0.41	ρ Cassiop.	0.07	3.25
2 Camelop.	0.05	0.52	γ Cygni	0.01	3.25
η Leonis	0.03	0.39	Polaris	0.11	3.25
α Cygni	0.01	0.44	η Aquilae	0.07	0.48
22 Androm.	0.09	0.72	α Aquarii	0.07	0.48
α Leporis	0.02	0.57	10 Camelop.	0.08	0.48
π Sagittarii	0.14	0.57	δ Cephei	0.08	0.48
ν Ursae Maj.	1.96	0.57	ζ Germinorum	0.02	0.48
ϵ Aurigae	0.07	1.20			

(I moti propri sono ridotti alla magnitudine zero come standard)

La seconda colonna riporta il moto proprio della stella c , la terza colonna il moto proprio medio delle restanti stelle dello stesso tipo nella classificazione di Miss Maury, in ogni caso ridotto a magnitudine zero. Le prime cinque stelle sono di tipo da B0 a B9, le successive sei vanno da A a F e le rimanenti appartengono alle suddivisioni di tipo F e G. Non ci sono stelle di tipo K o M nella tabella.

È chiaro che queste stelle con caratteristica c devono essere molto remote e quindi (ad eccezione della ν Ursae Maj.) appartengono alla classe delle "giganti". Sembra che sia iniziato un percorso per distinguere direttamente i due gruppi in base ai loro spettri.

Si vedrà che sono state avanzate argomentazioni molto convincenti a favore del riconoscimento di due divisioni nei tipi spettrali successivi, corrispondenti a luminosità ampiamente diverse. Tuttavia, è molto difficile accettare la teoria di Russell nella sua interezza; se fosse vera, provocherebbe una rivoluzione in molti dei risultati generalmente accettati. In particolare, dovremo rivedere il presunto ordine evolutivo finora assunto. La teoria di Russell fornisce l'ordine completo $M_1, K_1, G_1, F_1, A_1, BA_2, F_2, G_2, K_2, M_2$, dove il suffisso 1 si riferisce alle giganti e 2 alle nane. È parte essenziale della sua teoria che le stelle nane di tipo M e K siano troppo deboli per essere rilevate nelle indagini statistiche sui moti propri e sulle velocità radiali; vale a dire, i tipi M e K devono essere identificati con M, e K, per quanto riguarda queste indagini. Inoltre, i valori del moto parallattico mostrano che le nane di tipo F e G svolgono un ruolo predominante in tali ricerche, poiché la distanza media e la luminosità intrinseca di questi tipi sono molto inferiori a quelle dei tipi B e A. Pertanto, da qualche parte attorno al tipo G passiamo, per così dire, dal ramo ascendente a quello discendente. Considerando ciò, l'ordine di evoluzione diventa M K B A F G; un ordine che si applica a tutte le ricerche in base alle stelle selezionate per magnitudine. Dal punto di vista astrofisico, l'apparente rottura di continuità tra K e B non ha importanza; non si sostiene che le stelle passino realmente da K a B con un salto, ma che i tipi intermedi siano superati numericamente nei cataloghi da stelle indistinguibili da loro negli spettri ma in una fase successiva dell'evoluzione.

Il nuovo ordine M K B A F G sconvolge completamente la progressione regolare della velocità rispetto al tipo, e della concentrazione galattica rispetto al tipo. Dovremmo supporre che una stella nasca con una velocità elevata, che la velocità diminuisca quasi fino a fermarsi e poi aumenti di nuovo. Anche se non insistessimo sulla predominanza delle nane in F e G (anche

se abbandonandola perderemmo uno dei vantaggi della teoria di Russell) e ci accontentassimo semplicemente di invertire il consueto ordine evolutivo, le difficoltà sono grandi. Dovremmo modificare la nostra precedente ipotesi e supporre che le stelle si originino con velocità elevate in una distribuzione pressoché sferica, per poi concentrarsi sul piano galattico, perdendo velocità. La spiegazione non migliora se invertita. Inoltre, nel Capitolo III è stato mostrato che le stelle debolmente luminose – le nane di Tipo K e M – hanno velocità estremamente elevate, cosicché in fasi ancora successive le velocità devono aumentare di nuovo, persino oltre i valori originali. Il fatto che sia le nane che le giganti di Tipo K e M abbiano velocità maggiori rispetto agli altri tipi sembra implicare una stretta connessione tra loro, ed è molto insoddisfacente collocarle agli estremi opposti dello schema evolutivo²⁴.

C'è un'altra prova che fornisce un forte supporto all'ordine generalmente accettato dell'evoluzione. La Tabella 29 mostra i periodi delle binarie spettroscopiche disposte in base al tipo; è dovuta a Campbell.²⁵

Tabella 29

Periodi delle binarie spettroscopiche

Tipo	Periodo						Totale
	Breve	$0^d - 5^d$	$5^d - 10^d$	$10^d - 365^d$	> 1 anno	Lungo	
O e B	8	15	10	14	1	0	48
A	4	10	1	12	2	0	29
F	0	6	2	4	3	1	16
G	0	0	0	1	6	3	10
K	0	0	0	2	3	9	14
M	0	0	0	0	1	1	2

Le colonne intitolate "corto" e "lungo" contengono stelle il cui periodo non è stato determinato. L'aumento del periodo con l'avanzare del tipo è molto evidente. È anche significativo che una percentuale così elevata di binarie spettroscopiche sia di tipo precoce, il che indica che i tipi successivi si muovono generalmente troppo lentamente per essere rilevati con lo spettroscopio. Una classificazione approssimativa di R. G. Aitken delle stelle doppie visuali più rapide ha fornito le seguenti proporzioni:

Tipi O e B	4 stelle
Tipi A e F	131 stelle
Tipi G e K	28 stelle
Tipi M e N	1 stella

Pertanto, le componenti di Tipo B sono raramente sufficientemente distanti da essere viste separate; e sembrerebbe che nei Tipi M e N la separazione sia così grande da essere quasi assenti nell'elenco di Aitken. Se crediamo che le stelle doppie abbiano origine per fissione e che i componenti si separino sempre di più sotto l'influenza delle forze mareali e di altro tipo,²⁶ con il passare del tempo, non possiamo che considerare questo risultato come una conferma definitiva dell'ordine standard dei tipi. Inoltre, almeno nel caso delle binarie spettroscopiche, abbiamo a

²⁴Per la risposta di Russell a queste critiche, vedere *The Observatory*, aprile 1914, p. 165.

²⁵Campbell, *Stellar Motions*, p. 260.

²⁶H. N. Russell ha attirato la mia attenzione sul fatto che le forze di marea sono in grado di produrre solo una quantità limitata di separazione.

che fare con stelle selezionate per la luminosità esattamente come nelle indagini statistiche sui moti stellari: proprio la selezione il cui ordine è messo in discussione dall'ipotesi di Russell.

Per riassumere la posizione attuale, vi sono prove dirette che nei tipi più recenti le stelle presentano due gradi di luminosità e due gradi di densità. La prima divisione potrebbe forse essere dovuta a due diversi principi di selezione stellare impiegati, sebbene ciò lascerebbe inspiegato il motivo per cui, secondo un principio, le stelle dei tipi più recenti sono le più deboli e, secondo l'altro, le più luminose delle classi. Se associamo le suddivisioni di luminosità a quelle di densità, come suggerisce la teoria di Lane-Ritter, ciò sconvolge l'ordine di evoluzione solitamente accettato, per quanto riguarda le indagini statistiche, un ordine che è stato confermato indipendentemente da studi sulle velocità stellari, sulla distribuzione galattica e sui periodi delle stelle binarie.²⁷

Concluderemo questo capitolo con alcune osservazioni generali sulle stelle di tipo Orione e di quarto tipo, entrambe caratterizzate da caratteristiche interessanti. La posizione delle stelle di tipo Orione, o di tipo B, è davvero notevole. Né dai loro moti propri né dalle loro velocità radiali, mostrano alcuna tendenza a partecipare ai moti dei due flussi stellari. Se dovessimo classificarle con una delle derivate in base al loro moto, dovremmo naturalmente assegnarle alla Deriva I, ma questo solo perché il moto della Deriva I si avvicina di più al moto parallattico rispetto alla Deriva II. In realtà, il moto sistematico che esiste sembra essere puramente parallattico e dovuto al moto del Sole nello spazio. Sappiamo ora che questa peculiarità di essere a riposo nello spazio, fatta eccezione per piccoli moti individuali, è condivisa anche da altre stelle non appartenenti a questo tipo. Come abbiamo visto, la scomposizione dei moti stellari in due correnti lascia un certo eccesso di stelle (incluse sia i tipi A che K) che si muovono verso l'antiapice solare, e presumibilmente quindi a riposo una volta rimosso il moto parallattico.

Una caratteristica notevole delle stelle di tipo B è la loro tendenza ad aggregarsi in ammassi in movimento. "Ammassi in movimento" è forse un termine improprio, poiché il moto è solitamente molto piccolo; ma si tratta di gruppi apparentemente analoghi all'ammasso delle Iadi. Il grande ammasso dello Scorpione e del Centauro, la costellazione di Orione, le Pleiadi e l'ammasso di Perseo, insieme, rappresentano una parte considerevole delle stelle conosciute di questo tipo. La distanza di questi gruppi sembra essere compresa tra circa settanta e cento parsec, tranne forse in Orione, che potrebbe essere più distante. Le restanti stelle di questo tipo hanno generalmente moti propri considerevolmente inferiori a quelli di queste stelle di ammasso e sono considerate ancora più distanti. Ciò è stato ben mostrato nella Figura 4, in cui le stelle non appartenenti ad ammassi, che formano il gruppo di croci vicino all'origine, hanno moti propri appena apprezzabili. Lewis Boss²⁸ scopre dalla sua discussione sui moti propri che uno spazio attorno al Sole con un raggio di settanta parsec (corrispondente a una parallasse 0".015) è "quasi completamente privo di queste stelle". Un tale spazio, secondo le conclusioni del Capitolo III, conterrebbe almeno 70.000 stelle di altri tipi. Non sembra esserci motivo di credere che la parte di spazio attorno al nostro Sole sia insolitamente priva di stelle di tipo B; è piuttosto da supporre che la loro distribuzione generale sia estremamente rara, ma che a causa della loro luminosità siano visibili a una distanza di circa dieci volte quella di una stella normale e quindi attraverso uno spazio mille volte più grande. La loro distribuzione, sebbene rara in media, è irregolare, e negli ammassi in movimento devono essercene molte relativamente affollate.

L'ipotesi che il moto proprio fornisca una misura della distanza di queste stelle è più che giustificabile in questo caso. A causa dei loro piccoli moti individuali e dell'assenza di flussi stellari, il moto complessivo non può generalmente differire di molto dal moto parallattico. Omettendo le divisioni B8 e B9, che sono probabilmente più strettamente correlate al tipo A, esiste un solo caso noto di un moto proprio ampio, quello della stella α Gruis con un moto di 20".2. La sua parallasse (determinata da Gill con grande precisione) è di soli 0".024, per cui

²⁷Nel resto del libro il punto di vista è sempre quello della teoria precedente, non di quella di Russell, a meno che non sia espressamente dichiarato.

²⁸Boss, *Astron. Journ.*, Nos. 623-4.

la sua velocità lineare deve essere notevolmente elevata per la sua classe. Nessun'altra stella da BO a B7 ha moti secolari così grandi come $10''$. Tra le stelle di tipo B (B8 e B9), i moti di Regolo, $25''$, e di β Tauri, $18''$, sono insolitamente grandi.

Le stelle di quarto tipo (tipo N) sono per la maggior parte troppo deboli per essere incluse nelle discussioni generali sulla distribuzione e sui moti. Nella tabella di Pickering sulla distribuzione galattica dei tipi, le poche incluse sono state classificate con le stelle di tipo M. Fortunatamente, sono troppo poche per influenzare sensibilmente i dati, poiché presentano un forte contrasto con il tipo M nella loro distribuzione. È stato dimostrato da T. E. Espin²⁹ J. A. Parkhurst³⁰ che sono fortemente concentrate sul piano galattico, come mostra la tabella seguente:

Tabella 30

Distribuzione galattica di Tipo N

Latitudine Galattica	Numero di stelle		Densità relativa		Densità stelle del sondaggio
	Espin	Parkhurst	Espin	Parkhurst	
0-5	123	92	11.4	18.3	2.7
5-10		46		9.2	2.6
10-20	43	38	4.0	6.0	2.1
20-30	27	17	3.0	1.9	1.5
>30	31	29	1.0	1.0	1.0

La concentrazione è persino leggermente maggiore rispetto alle stelle di Orione, ma bisogna tenere presente che stiamo usando un limite di magnitudine molto più piccolo per queste rispetto alla tabella di Pickering. Più piccola è la magnitudine e maggiore è la distanza, maggiore dovrebbe essere la concentrazione apparente sul piano galattico, come effettivamente dimostrato dall'osservazione. Tenendo conto di ciò, il Tipo N può probabilmente essere collocato tra B e A nell'ordine di condensazione galattica.

Da 120 stelle di questo tipo, di magnitudine media $8^m.2$, J.C. Kapteyn³¹ ha determinato il moto parallattico; questo è risultato essere di $0''.30$ per secolo con un errore probabile praticamente della stessa entità. La parallasse corrispondente sarebbe $0''.0007 \pm 0''.0007$. Per le stelle di Orione, la parallasse trovata con lo stesso metodo era $0''.0068 \pm 0''.0004$ per una magnitudine 5.0 (in accordo con altre misure già citate). Queste stelle N sono quindi molte volte più lontane delle stelle di Orione. La loro luminosità, tuttavia, potrebbe essere leggermente inferiore, con una differenza di $3^m.2$ nella magnitudine apparente che controbilancia la maggiore distanza.

Hale, Ellerman e Parkhurst³² hanno sottolineato che le stelle di quarto tipo potrebbero avere alcune caratteristiche in comune con quelle di tipo Wolf-Rayet. Ma non hanno trovato alcun motivo per credere che un'importante relazione organica leghi i due tipi.

²⁹Espin, *Astrophysical Journal*, Vol. 10, p. 169.

³⁰Parkhurst, *Yerkes Decennial Publications*, Vol. 2, p. 127.

³¹Kapteyn, *Astrophysical Journal*, Vol. 32, p. 91.

³²Hale, Ellerman, and Parkhurst, *Yerkes Decennial Publications*, Vol. 2, p. 253.

9 CONTEGGIO DELLE STELLE

Nelle indagini descritte nei quattro capitoli precedenti ci siamo generalmente limitati a stelle più luminose della settima magnitudine. Occasionali escursioni sono state effettuate oltre tale limite, e stelle fino alla nona o decima magnitudine hanno dato un certo contributo alla nostra conoscenza; oltre questo limite non siamo stati in grado di andare. Oltre la decima magnitudine c'è una moltitudine sempre crescente di stelle, che custodiscono gelosamente il loro segreto. Non sappiamo nulla delle loro parallassi, nulla dei loro spettri, nulla dei loro moti. C'è solo una cosa che possiamo fare, contarle. Statistiche accuratamente compilate sul numero di stelle fino a limiti definiti di intensità luminosa possono comunque fornire informazioni preziose per il nostro scopo.

Il teorema fondamentale relativo a queste statistiche è il seguente:

In un sistema stellare di estensione illimitata in cui le stelle sono distribuite uniformemente, il rapporto tra il numero di stelle di qualsiasi magnitudine e il numero di stelle di una magnitudine più luminose è 3.98.

Il rapporto a cui si allude è solitamente chiamato rapporto stellare. Se in qualsiasi direzione si riscontra che il rapporto stellare scende al di sotto del valore teorico di 3.98, ciò dimostra che siamo penetrati abbastanza da rilevare un diradamento nella densità di distribuzione delle stelle. Si presume che l'assorbimento della luce nello spazio sia trascurabile.

Il numero 3.98 è equivalente a $(2.512)^{\frac{3}{2}}$ e la formula può essere scritta:

$$\text{rapporto stelle per una magnitudine} = (\text{rapporto luce per una magnitudine}).$$

In questa forma, il teorema diventa piuttosto evidente. Un rapporto di luce di 2.512 implica un rapporto di distanza di $(2.512)^{\frac{3}{2}}$ e un rapporto di volume di $(2.512)^{\frac{1}{2}}$. Ovvero, per ogni piccolo volume di spazio S a distanza D , ci sarà un corrispondente volume $(2.512)^{\frac{3}{2}}S$ a distanza $(2.512)^{\frac{1}{2}}D$, tale che la distribuzione delle magnitudini apparenti delle stelle nei due volumi corrisponderà, salvo una differenza di una magnitudine dovuta al fattore distanza. Ma nel secondo volume ci saranno $(2.512)^{\frac{3}{2}}$ volte più stelle rispetto al primo. Quindi, una diminuzione di una magnitudine moltiplica il numero di stelle per il fattore 3.98 lungo l'intero intervallo. In questa argomentazione si tiene conto del fatto che le stelle presentano diversi gradi di luminosità intrinseca.

Il diradamento delle stelle a grandi distanze dal Sole si manifesta in un valore gradualmente decrescente del rapporto stellare per magnitudini via via più deboli. È di grande importanza avere una conoscenza accurata della velocità con cui il rapporto stellare diminuisce, e in particolare del modo in cui è correlato alla latitudine galattica. Si può sperare che queste informazioni possano portare a una conoscenza più precisa dell'appiattimento del sistema stellare verso il piano della Via Lattea.

Il valore di qualsiasi raccolta di conteggi stellari dipenderà principalmente dall'accuratezza con cui sono state determinate le magnitudini a cui si riferiscono. Nelle ricerche moderne, la standardizzazione dei conteggi mediante un'indagine fotometrica specifica è un *sine qua non*. Ma è solo di recente che questo perfezionamento è entrato in pratica; e gran parte del materiale statistico utilizzato fino in fondo dipende dall'ingegnoso adattamento e dalla correzione di dati, inizialmente piuttosto inadatti. Bisogna ammettere che queste prime ricerche hanno raggiunto sostanzialmente il loro scopo; e che non solo hanno aperto la strada a determinazioni più

soddisfacenti, ma ci hanno anche insegnato molto sulla distribuzione stellare, con un valore duraturo. Tuttavia, avendo ora a disposizione statistiche sufficienti basate su solidi standard di magnitudine, non avremo bisogno di ricorrere alle discussioni pionieristiche, se non laddove emergano discrepanze di particolare interesse.

Un'indagine sul numero di stelle di ciascuna magnitudine condotta da S. Chapman e P. J. Melotte¹, pubblicata nel 1914, contiene di gran lunga la trattazione più completa di questo problema, e ad essa daremo la massima importanza. Le magnitudini sono magnitudini fotografiche basate sulla sequenza polare nord standard di Harvard. L'accuratezza generale della scala di magnitudine di Harvard è stata confermata da indagini condotte a Mount Wilson e Greenwich; e per i nostri scopi attuali si ritiene che sia sufficientemente accurata; è possibile, tuttavia, che le correzioni non siano del tutto trascurabili in future discussioni più approfondite. Le statistiche fornite da Chapman e Melotte vanno da una magnitudine di $2^m.0$ a $17^m.0$. Questo ampio intervallo (che rappresenta un rapporto di luce di 1.000.000 a 1) è colmato quasi costantemente da dati derivati da cinque indagini separate. Poiché ogni indagine è particolarmente significativa in prossimità del punto medio del suo intervallo, ci sono cinque punti ben determinati. Questi da soli dovrebbero essere sufficienti a dare un'idea corretta dell'andamento del numero di stelle lungo i quindici intervalli di magnitudine, anche senza i risultati più deboli che colmano le lacune. Le cinque fonti di dati sono le seguenti:

(1) Magnitudine da 12 a 17.5. Conteggi sulla carta del cielo Franklin-Adams. Questi contengono i risultati di 750 aree sparse nell'emisfero settentrionale, ciascuna contenente da 60 a 90 stelle in totale. Ciò rappresenta solo una parte del conteggio della carta Franklin-Adams effettuato a Greenwich; per le altre aree, tuttavia, il confronto con la sequenza standard non è stato ancora effettuato e, di conseguenza, i risultati non vengono utilizzati.

(2) Magnitudine da 9 a 12.5. Conteggio delle stelle nel Catalogo Astrografico di Greenwich (Dec. da $+64^\circ$ a $+90^\circ$). Per 195 tavole, la formula per ridurre il diametro misurato, pubblicato nel catalogo, alla magnitudine era stata determinata mediante un rigoroso confronto con la sequenza standard, e questi risultati sono stati utilizzati per la presente ricerca.

(3) Magnitudine da 6.5 a 9. Conteggio delle stelle nel Catalogo di Greenwich delle magnitudini fotografiche di stelle più luminose di $9^m.0$ tra la declinazione $+75^\circ$ e il polo. Queste misure di magnitudine sono state effettuate su lastre appositamente scattate allo scopo con un obiettivo per ritratti, poiché le lastre astrografiche non sono adatte per stelle di questa luminosità.

(4) Magnitudine da 5 a 7.5. Conteggio delle stelle nell'actinometria di Gottinga di Schwarzschild per Dec. da 0° a $+20^\circ$. È stata necessaria una piccola correzione ($0^m.13$) per ridurre la scala di magnitudini dalla scala di Gottinga a quella di Harvard.

(5) Magnitudine da 2.0 a 4.5. Conteggio delle stelle nel catalogo di Harvard delle magnitudini fotografiche delle stelle luminose (*Harvard Annals*, Vol. 71, Pt. I.). Questa è la parte meno soddisfacente dei dati, poiché le magnitudini non sono state determinate fotograficamente, ma sono state ricavate dalle magnitudini visuali applicando l'indice di colore corrispondente al tipo spettrale noto di ciascuna stella. Le magnitudini sono state pubblicate prima della comparsa della sequenza standard e non è chiaro quanto siano conformi a tale scala.

Poiché la caratteristica principale nella distribuzione apparente delle stelle è la variazione con la latitudine galattica, i dati sono stati organizzati in otto fasce galattiche. Le prime sette fasce vanno da $0^\circ - 10^\circ$, da $10^\circ - 20^\circ$, da $60^\circ - 70^\circ$, e la fascia VIII va da $70^\circ - 90^\circ$ di latitudine galattica (Nord o Sud). Le fonti dei dati (1), (4), (5) coprono l'intero intervallo, ma (2) e (3) sono limitate rispettivamente alle fasce I—V e II—V; quindi le informazioni non sono così complete per le tre zone più elevate come per le restanti.

¹Chapman and Melotte, *Memoirs*, R.A.S., Vol. 60, Pt. 4.

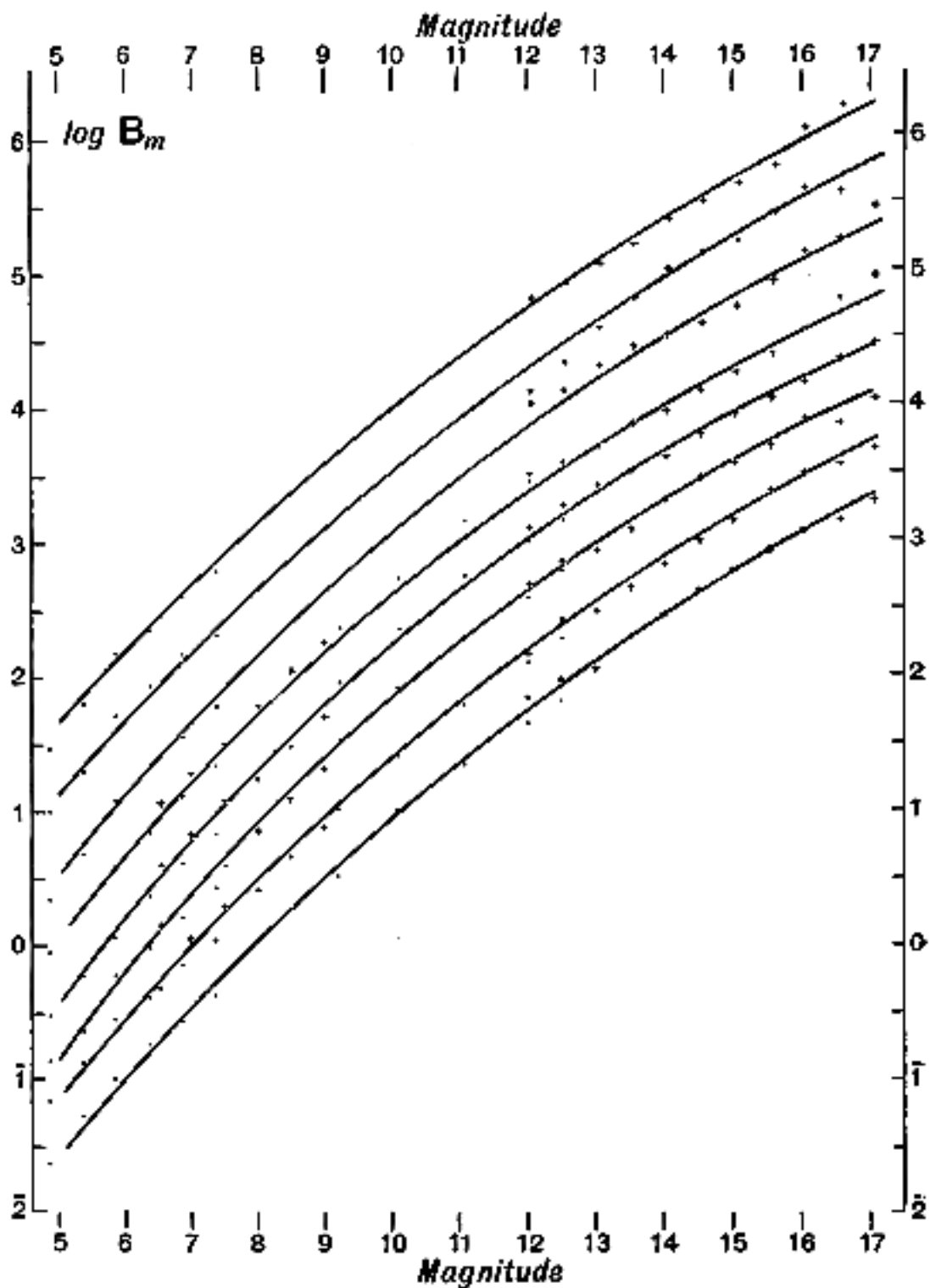


Fig. 20.—Numero di stelle più luminose di ciascuna magnitudine per otto zone. (Chapman e Melotte).

Se B_m è il numero di stelle per grado quadrato più luminose della magnitudine m , il modo più comodo per visualizzare i conteggi è riportare il logaritmo di B_m in funzione di m . Questo viene fatto per ciascuna delle otto fasce in Fig. 20, e sono state tracciate curve lisce per rappresentare i risultati. Per evitare sovrapposizioni delle otto curve, queste sono state spostate progressivamente di 0.5 in direzione verticale. La curva più bassa corrisponde alla fascia I. L'alternanza di punti e croci serve a differenziare le quattro fonti di dati. I dati (5) non sono mostrati.

È la parte centrale dei dati provenienti da ciascuna fonte a essere meglio determinata, mentre è prevedibile che le parti esterne si discostino leggermente dalla curva. L'accordo generale dei diversi insiemi di dati è molto soddisfacente.

I valori di $\log B_m$ per ciascuna magnitudine, così come letti dalle curve, sono riportati nella Tabella 31.

Tabella 31

$\log B_m$ per ogni magnitudine (Chapman e Melotte).

Zone	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	Cielo intero
Lat. Gal.	0°-10°	10°-20°	20°-30°	30°-40°	40°-50°	50°-60°	60°-70°	70°-80°	0°-90°
Magnitudine m									
5.0	2.435	2.360	2.170	2.055	2.040	2.030	2.105	2.120	2.223
6.0	1.010	2.950	2.800	2.700	2.655	2.610	2.680	2.680	2.819
7.0	1.555	1.500	1.385	1.295	1.215	1.170	1.180	1.200	1.377
8.0	0.065	0.015	1.930	1.830	1.730	1.685	1.670	1.670	1.895
9.0	0.545	0.490	0.420	0.320	0.200	0.165	0.125	0.115	0.374
10.0	0.990	0.935	0.880	0.770	0.640	0.605	0.550	0.520	0.819
11.0	1.405	1.345	1.300	1.180	1.030	1.010	0.940	0.900	1.229
12.0	1.790	1.725	1.680	1.545	1.385	1.385	1.305	1.255	1.6051
13.0	2.150	2.075	2.020	1.880	1.715	1.730	1.645	1.585	1.951
14.0	2.485	2.405	2.340	2.185	2.020	2.045	1.965	1.890	2.268
15.0	2.800	2.715	2.630	2.465	2.300	2.335	2.265	2.190	2.575
16.0	3.095	3.005	2.900	2.720	2.565	2.600	2.540	2.470	2.855
17.0	3.380	3.285	3.155	2.965	2.815	2.850	2.810	2.745	3.125

È interessante calcolare il numero totale di stelle nel cielo, per quanto si possa dedurre dai campioni analizzati. I risultati sono i seguenti:

Tabella 32

Numero di stelle nel cielo più luminose di una magnitudine data (Chapman e Melotte)

Magnitudine limite	Numero di stelle	Magnitudine limite	Numero di stelle
m.		m.	
5.0	689	12.0	1659000
6.0	2715	13.0	3682000
7.0	9810	14.0	7646000
8.0	32360	15.0	11470000
9.0	97400	16.0	29510000
10.0	271800	17.0	54900000
11.0	698.000		

Le curve in Fig. 20 sono approssimativamente archi parabolici, ed i risultati possono essere espressi con soddisfacente accuratezza mediante formule empiriche del tipo,

$$\log B_m = \alpha + \beta m - \gamma m^2 \quad (1)$$

Ma è più comodo usare $m - 11$ invece di m , poiché lo zero di magnitudine è al di fuori dell'intervallo che stiamo considerando. Le formule per le otto zone è la seguente:

Tabella 33

Numero di stelle più luminose di una magnitudine data

Zona I.	$\log_{10} B_m = 1.404 + 0.409(m-11) - 0.0139(m-11)^2$
Zona II.	$\log_{10} B_m = 1.345 + 0.407(m-11) - 0.0147(m-11)^2$
Zona III.	$\log_{10} B_m = 1.300 + 0.411(m-11) - 0.0193(m-11)^2$
Zona IV.	$\log_{10} B_m = 1.177 + 0.403(m-11) - 0.0186(m-11)^2$
Zona V.	$\log_{10} B_m = 1.029 + 0.391(m-11) - 0.0168(m-11)^2$
Zona VI.	$\log_{10} B_m = 1.008 + 0.399(m-11) - 0.0160(m-11)^2$
Zona VII.	$\log_{10} B_m = 0.941 + 0.389(m-11) - 0.0135(m-11)^2$
Zona VIII.	$\log_{10} B_m = 0.901 + 0.380(m-11) - 0.0130(m-11)^2$

La formula chiarisce che la parte principale della variazione con la latitudine galattica consiste in una variazione del termine costante. Il coefficiente di $(m-11)^2$ è pressoché stazionario, e quello di $(m-11)$ non mostra alcuna progressione sistematica con la latitudine. Il rapporto tra la densità stellare vicino al polo galattico e quella vicino al piano galattico è praticamente lo stesso per tutte le magnitudini. Oppure, adottando un altro punto di vista, il tasso di incremento del numero di stelle con l'aumentare della magnitudine segue la stessa legge per tutte le latitudini.

Questa conclusione è, ovviamente, solo approssimativa. Dalla Tabella 31 vediamo che il rapporto tra la densità stellare nella Zona I e quella nella Zona VIII è:

$$\begin{array}{ll} \text{Per magnitudine} & 6^m.0, 2.1:1 \\ \text{Per magnitudine} & 17^m.0, 4.3:1 \end{array}$$

da cui si può concludere che il tasso di aumento del numero di stelle è sensibilmente maggiore vicino al piano galattico che lontano da esso. Ma queste differenze sono molto lievi rispetto a quelle riscontrate in alcune precedenti ricerche, che hanno finora trovato ampia accettazione. In particolare, i celebrati misuratori di magnitudine degli Herschel, che hanno dominato le nostre opinioni sulla distribuzione delle stelle deboli per quasi un secolo, hanno fornito risultati molto diversi. Prima del lavoro di Chapman e Melotte, la discussione più ampia sulle statistiche di magnitudine è stata quella di J. C. Kapteyn² (1908), che ha fornito un'idea molto diversa dell'effetto della latitudine galattica sulla densità stellare. Dalla tabella di Kapteyn sembra che il rapporto tra la densità stellare nella Zona I e quella nella Zona VIII dovrebbe essere

$$\begin{array}{ll} \text{Per magnitudine} & 6^m.0, 2.2:1 \\ \text{Per magnitudine} & 17^m.0, 45:1 \end{array}$$

È difficile spiegare l'enorme differenza tra il risultato di Kapteyn sulla distribuzione delle stelle deboli e quello di Chapman e Melotte. La prima ricerca era di carattere piuttosto provvisorio, un risultato intermedio da utilizzare in attesa di ottenere dati su un piano più uniforme; in effetti, la mappatura completa del cielo di J. Franklin-Adams fu in gran parte ispirata dall'influenza di Kapteyn, congiuntamente a Sir David Gill, allo scopo di ottenere statistiche più soddisfacenti. Eppure la grande divergenza tra il vecchio e il nuovo è sorprendente, e forse vale la pena tentare di risalire alla fonte precisa da cui ha origine.

In primo luogo, va osservato che i dati di Kapteyn per la $17^m.0$ sono un'estrapolazione; i suoi dati non andavano oltre la $14^m.0$. Se poi confrontiamo i risultati per la $14^m.0$, dobbiamo tenere conto di una discordanza:

²Kapteyn, *Groningen Publications*, No. 18.

Rapporto densità stellare, dalla Zona I alla Zona VIII	Kapteyn	11.5:1
Per magnitudine	Chapman e Melotte	3.9:1

Kapteyn si servì di sette fonti principali di informazione. Di queste, le prime quattro (inclusi i conteggi sulle lastre del Cape Photographic Durchmusterung) si riferiscono a stelle più luminose di $9^m.25$; queste non mostrano alcuna divergenza significativa nella distribuzione galattica rispetto ai nuovi dati. Per le stelle più deboli, il principale affidamento fu fatto sui misuratori di stelle di Sir John Herschel,³ ovvero conteggi di stelle visibili con il suo riflettore da 18 pollici in un campo di area definita. Sebbene siano confinati all'emisfero australe, sono distribuiti in modo più uniforme e più tipici delle parti normali del cielo rispetto a quelli di Sir William Herschel, e sono quindi da preferire. Disposti in base alla latitudine galattica, questi indicatori forniscono una densità stellare in calo costante da 1375 stelle per grado quadrato al cerchio galattico a 137 al polo galattico. La magnitudine limite è determinata indirettamente in 13.9, e si vedrà che il rapporto 10 : 1 è praticamente equivalente al risultato definitivo adottato da Kapteyn.

Sembra quindi che gli indicatori di Herschel siano la fonte principale della discrepanza; tuttavia, i risultati non furono accettati senza l'applicazione di accurati controlli. Questi erano di due tipi: in primo luogo, furono effettuati conteggi di stelle su quarantacinque fotografie, principalmente di campi di stelle variabili, per le quali la magnitudine limite su scala visuale poteva essere calcolata a partire da stelle standard, determinate fotometricamente. Queste, disposte in base alla latitudine galattica, fornivano risultati in eccellente accordo con gli astrometri; e si riteneva che ciò verificasse la costanza della magnitudine limite di Herschel. La restante fonte statistica era costituita dalle carte pubblicate della *Carte du Ciel*, scattate ad Algeri, Parigi e Bordeaux. Non esiste ancora alcun modo per determinarne in modo indipendente la magnitudine limite; tuttavia, poiché sembra ragionevole supporre che eventuali fluttuazioni siano accidentali e non abbiano alcuna relazione sistematica con la latitudine galattica, esse possono essere utilizzate per ottenere il rapporto di concentrazione galattica. Il rapporto trovato da Kapteyn tra le fasce di latitudine $0^\circ - 20^\circ$ e $40^\circ - 90^\circ$ era di 5.5 : 1. Per le Zone I e VIII il rapporto sarebbe naturalmente maggiore e, inoltre, i numeri si riferiscono a un limite di circa una magnitudine più luminoso rispetto ai misuratori di Herschel. Il rapporto di 10 : 1 alla magnitudine 14 è quindi supportato da tre fonti indipendenti: i misuratori di Sir J. Herschel, i conteggi sui campi di stelle variabili e i conteggi sulle carte astrografiche francesi.

H. H. Turner⁴ ha suggerito che la discordanza fosse dovuta a una differenza reale nella distribuzione a seconda che le magnitudini siano calcolate visualmente o fotograficamente. I conteggi di Herschel si riferiscono direttamente alle magnitudini visuali, e i conteggi dei campi di stelle variabili, sebbene effettuati su fotografie, sono ridotti in modo tale che i risultati si riferiscano alla scala visuale. I conteggi sulle tavole francesi, tuttavia, si riferiscono esclusivamente alla scala fotografica; ed è solo ignorando questa evidenza che la proposta concilia i due risultati. Forse potremmo considerare la terza fonte più dubbia delle prime due, poiché le tavole sono distribuite solo in una zona ristretta e potrebbero essere influenzate da regioni anomale del cielo. La possibilità di una reale differenza nella concentrazione galattica per i risultati visivi e fotografici è interessante. Sembra significare che nelle regioni galattiche ci sono un gran numero di stelle deboli, troppo rosse per essere visibili nelle fotografie. Ciò potrebbe essere dovuto a una particolare abbondanza di stelle di tipo tardivo nelle parti più distanti del sistema stellare, o più probabilmente alla presenza di materiale assorbente – una nebbia – nello spazio interstellare, che diffonde la luce a lunghezza d'onda corta.

L'ipotesi richiede ulteriori conferme. Una discussione di E. C. Pickering vi si oppone nettamente. Anch'egli utilizzò le misure visive della magnitudine nei campi delle stelle variabili per i suoi

³Herschel, *Results of Astronomical Observations at the Cape of Good Hope*, Cap. IV.

⁴Che era anche arrivato a un piccolo valore della concentrazione galattica per le magnitudini fotografiche (*Monthly Notices*, Vol. 72, p. 700).

dati; ma le applicò in modo più diretto. La sua conclusione fu che "il numero di stelle per una data area della Via Lattea è circa il doppio rispetto alle altre regioni e il rapporto non aumenta per le stelle deboli fino alla dodicesima magnitudine⁵."

Uno dei risultati più interessanti dell'indagine di Chapman e Melotte è che il numero totale di stelle nel cielo per le magnitudini più deboli è molto inferiore a quanto spesso si sia supposto. La tabella di Kapteyn dava 389 milioni al di sotto di $17^m.0$, contro i 55 milioni della presente indagine. L'eccesso dei numeri di Kapteyn è quasi interamente dovuto al suo alto valore della concentrazione galattica; le due indagini sono praticamente in accordo ai poli galattici.

Esaminando la Tabella 32 si noterà che il tasso di incremento del numero totale di stelle è diminuito notevolmente per le ultime magnitudini incluse. Sembra che i numeri stiano iniziando ad avvicinarsi a un limite. Un tentativo di determinare questo limite comporta un'estrapolazione alquanto rischiosa, tuttavia la convergenza è già diventata sufficientemente marcata da rendere tale estrapolazione non del tutto ingiustificabile. La formula empirica $\log B_m = \alpha + \beta m - \gamma m^2$ non può essere estesa oltre l'intervallo per il quale è stata determinata, poiché porta all'impossibile risultato che il numero di stelle fino a una data magnitudine finirebbe per iniziare a diminuire. Con una semplice modifica si può ottenere una formula più adatta. Invece di usare B_m consideriamo $b_m = \frac{dB_m}{dm}$, ovvero utilizziamo il numero di stelle di magnitudine m invece del numero di stelle più luminose di m . Si è trovato che un'approssimazione altrettanto buona si ottiene impostando

$$\log_{10} b_m = a + bm - cm^2 \quad (2)$$

e con questa forma il numero totale di stelle si avvicina asintoticamente a un limite definito all'aumentare di m .

Abbiamo quindi

$$\frac{dB_m}{dm} = b_m = 10^{a+bm-cm^2}$$

$$B_m = \int_{-\infty}^m e^{(a+bm-cm^2)/\log_{10} e} dm = \frac{A}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{B(m-C)} e^{-x^2} dx \quad (3)$$

dove

$$A = \sqrt{\frac{\pi \log_{10} e}{c}} \cdot 10^{a+b^2/4c} \quad B = \sqrt{\frac{c}{\log_{10} e}} \quad C = \frac{b}{2c}$$

Dalla formula (3) si vede che A rappresenta il numero totale di stelle di tutte le magnitudini e C rappresenta la magnitudine media, cioè il limite a cui dobbiamo arrivare per includere metà delle stelle.

Poiché c non è molto facile da determinare, si possono dare due formule tra le quali probabilmente risiede quella vera:

$$\log_{10} b_m = -0.18 + 0.720m - 0.0160m^2 \quad (4)$$

$$\log_{10} b_m = +0.01 + 0.680m - 0.0140m^2 \quad (5)$$

Abbiamo qui modificato l'unità di misura dell'area, in modo che b_m si riferisca al numero di stelle presenti nell'intero cielo invece che a un grado quadrato.

Queste formule portano a

	(4)	(5)
Numero totale di stelle di ogni magnitudine	770 milioni	1800 milioni
Magnitudine media	$22^{m.5}$	$.24^{m.3}$

⁵Pickering, *Harvard Annals*, Vol. 48, p. 185.

Chapman e Melotte concludono: "A meno che la forma generale della nostra espressione per B_m non cessi di essere valida per valori di m maggiori di 17 (fino ai quali la concordanza è buona), è possibile affermare con una certa probabilità che metà del numero totale di stelle è più luminosa della 23^a o 24^a magnitudine e che il numero totale di stelle non è inferiore a mille milioni e non può superare di molto il doppio di questa quantità".

La densità media delle stelle per una data latitudine galattica e magnitudine limite è riportata nella Tabella 31. Sorge la domanda su quanto questi valori siano sufficienti a determinare la densità stellare in un determinato punto e quali variazioni rispetto alla media siano probabili. Le possibili variazioni possono essere classificate come segue:

- (1) Una differenza sistematica tra gli emisferi galattici nord e sud.
- (2) Una dipendenza sistematica dalla longitudine galattica in alcune zone.
- (3) Irregolarità generale.

Non c'è una differenza molto evidente tra i due emisferi galattici. Per quanto riguarda la decima magnitudine, l'emisfero australe risulta più ricco del 10 o 15%; per le stelle più deboli non si riscontra alcuna differenza. Per questa conclusione dobbiamo basarci su ricerche condotte prima dell'introduzione delle moderne magnitudini standard, ma i dati sembrano soddisfacenti. Per spiegare la piccola differenza di abbondanza, si è soliti supporre che il Sole si trovi un po' a nord del piano centrale del sistema stellare; ciò concorda con l'aspetto della Via Lattea, che devia leggermente da un cerchio massimo e ha una latitudine galattica meridionale media di 1°, 7.

La maggior parte degli studiosi ritiene che, fatta eccezione per la Via Lattea, le differenze dipendenti dalla longitudine galattica siano irrilevanti; la latitudine galattica è l'unico fattore importante e oscura tutte le altre variazioni. Questa opinione sembra basarsi su un'impressione generale piuttosto che su risultati quantitativi. Un'indagine dettagliata è fortemente auspicabile, poiché la conclusione deve essere ancora considerata incerta. Il calcolo seguente sembra fornire un limite superiore alle possibili variazioni della magnitudine limite.

Per la maggior parte delle lastre di Franklin-Adams, Chapman e Melotte hanno fornito conteggi non standardizzati. Prendendo, ad esempio, le lastre di Johannesburg, i cui centri si trovano tra le latitudini galattiche 20° – 29° e 30° – 39°, troviamo i seguenti risultati, che si riferiscono a una magnitudine limite di circa 17^m, 5:

Zona	20° – 29°	30° – 39°
Numero lastre	20	16
Numero minimo di stelle per lastra	292000	306000
Numero massimo di stelle per lastra	737000	577000
Deviazione media del log della densità dalla media	±0.078	±0.059
Rapporto corrispondente	1.20 : 1	1.15:1

La deviazione media (rispettivamente del 20 e del 15%) include non solo le fluttuazioni effettive della densità stellare, ma anche variazioni dovute alla qualità delle lastre e alle caratteristiche dei contatori. La sua piccolezza testimonia l'uniformità del cielo di Johannesburg e la regolarità della distribuzione stellare.

Non c'è dubbio che entro i limiti della Via Lattea si verifichino variazioni molto considerevoli nella densità stellare. La regione più notevole si trova nella costellazione del Sagittario, dove alcune nubi stellari sono straordinariamente ricche. Questa parte della Via Lattea è sfavorevole all'osservazione alla latitudine delle Isole Britanniche; ma da stazioni più meridionali appare la caratteristica più sorprendente del cielo. Si è scoperto che sulle lastre Franklin-Adams le immagini delle stelle più deboli in questa regione erano così vicine da fondersi in uno sfondo continuo ed era impossibile contarle. Ci si dovrebbe aspettare che la presenza degli ammassi della Via Lattea aggiunga un gran numero di stelle oltre il normale incremento verso il piano

galattico, ed è piuttosto sorprendente che non ci sia una discontinuità più marcata tra i valori per la Zona I e la Zona II nella Tabella 31. Probabilmente gli spazi oscuri e le zone di materia assorbente, che sono una caratteristica della Via Lattea, neutralizzano l'effetto delle regioni ricche e determinano un equilibrio generale.

Il rapporto stellare è molto al di sotto del suo valore teorico di 3.98 per un universo infinito, già a partire dalla sesta magnitudine. I conteggi delle magnitudini, tuttavia, non sono sufficienti da soli a determinare la velocità con cui le stelle si diradano a grandi distanze. Per questo abbiamo bisogno di statistiche aggiuntive di tipo diverso, come verrà mostrato nel prossimo capitolo. Nel frattempo, sebbene i conteggi stellari non determinino una distribuzione stellare definita, possiamo esaminare se una qualsiasi forma semplice della legge della densità stellare nello spazio sia coerente con essi. Il semplice risultato che la concentrazione galattica è indipendente dalla magnitudine, anche se fosse rigorosamente vero, non ammetterebbe alcuna interpretazione altrettanto semplice in termini di reale distribuzione nello spazio. Pertanto, non è di alcun aiuto nella nostra discussione.

Consideriamo un sistema stellare in cui le superfici di uguale densità siano simili e similmente situate rispetto al Sole come centro, con la densità che diminuisce dalle parti interne verso quelle esterne. Pensiamo naturalmente a sferoidi della stessa schiacciatura.

Sia $1 : \nu$ il rapporto tra i raggi verso il polo galattico e nel piano galattico.

In corrispondenza di un elemento di volume S a una distanza r verso il polo, ci sarà un elemento di volume $\nu^3 S$ a distanza νr nel piano galattico, contenente stelle distribuite con la stessa densità. Il numero di queste stelle, essendo semplicemente proporzionale al volume, sarà ν^3 volte maggiore nel secondo caso, e questo si applicherà separatamente a tutti i gradi di luminosità intrinseca. Ma la loro luminosità apparente diminuirà nel rapporto ν^{-2} , ovvero, espressa in magnitudini, saranno $5 \log \nu$ magnitudini più deboli. Questo vale per tutti gli elementi del volume S in un cono dal Sole al polo galattico, e per i corrispondenti elementi $\nu^3 S$ in un cono dal Sole all'equatore galattico.

Pertanto se il numero di stelle più luminose di una magnitudine data è

$$B_m = \psi(m) \quad \text{per il polo galattico}$$

sarà dato da

$$B_m = \nu^3 \psi(m - 5 \log_{10} \nu) \quad \text{per il piano galattico}$$

Abbiamo trovato (tavola 32) che per il polo galattico

$$\log B_m = 0.901 + 0.380(m - 11) - 0.013(m - 11)^2$$

Pertanto per il piano galattico

$$\begin{aligned} \log B_m = & 3 \log \nu + 0.091 - 0.380 \times 5 \log \nu - 0.013(5 \log \nu)^2 \\ & + (0.380 + 0.013 \times \log \nu)(m - 11) - 0.013(m - 11)^2 \end{aligned}$$

Se $\log \nu = 0.54$, questa si riduce a

$$\log B_m = 1.400 + 0.450(m - 11) - 0.0130(m - 11)^2$$

che è abbastanza vicino al valore reale della Zona I, cioè,

$$\log B_m = 1.404 + 0.409(m - 11) - 0.0139(m - 11)^2$$

L'eccesso del coefficiente calcolato 0.450 rispetto al suo valore osservato può essere interpretato nel senso che la diminuzione di densità nel piano galattico è molto più rapida di quanto accadrebbe se le superfici di uguale densità fossero simili. L'appiattimento della distribuzione diventa meno

pronunciato a grandi distanze. La differenza non è dovuta a un errore accidentale, poiché si può dimostrare che qualsiasi altra coppia di zone avrebbe prodotto un eccesso maggiore nello stesso senso. L'appiattimento non è quindi una quantità costante; e il valore sopra indicato corrisponde a una certa distanza media che può essere approssimativamente espressa come la distanza delle stelle di undicesima magnitudine.

Per $\log \nu = 0.54$, abbiamo $\nu = 3.5$. Questo è quindi lo schiacciamento medio, o rapporto tra gli assi delle superfici di uguale densità. ν non deve essere confuso con la concentrazione galattica delle stelle; è un puro caso che i loro valori siano quasi gli stessi.

10 INDAGINI STATISTICHE GENERALI

Nell'applicazione della matematica allo studio dei fenomeni naturali, è necessario trattare non gli oggetti reali della natura, ma sistemi idealizzati con poche proprietà ben definite. Spetta al giudizio del ricercatore decidere quali proprietà naturali mantenere nel suo problema ideale e quali tralasciare come dettagli irrilevanti; raramente è in grado di fornire una dimostrazione rigorosa che le cose che trascura non siano essenziali, ma per una sorta di istinto o per esperienza graduale decide (talvolta erroneamente) fino a che punto la sua rappresentazione sia sufficiente.

Nel sistema stellare idealizzato, che ora prenderemo in considerazione, esistono tre proprietà o leggi principali. La determinazione di queste deve essere considerata l'obiettivo principale delle indagini sulla struttura dell'universo siderale, poiché se fossero conosciute a fondo potremmo affermare di avere una conoscenza molto approfondita della distribuzione e dei movimenti delle stelle. Le leggi sono:

(1) La legge della *densità*. — Il numero di stelle per unità di volume di spazio in diverse parti del sistema.

(2) La legge della *luminosità*. — La proporzione di stelle tra diversi limiti di luminosità assoluta.

(3) La legge della *velocità*. — La proporzione di stelle con velocità lineari tra diversi limiti sia di quantità che di direzione.

Per quanto riguarda il primo punto, si può supporre che la densità dipenda dalla distanza dal Sole e dalla latitudine galattica. La diminuzione della densità a grandi distanze dal Sole rappresenta il fatto che il sistema stellare ha un'estensione limitata, e poiché è noto che i limiti sono molto più vicini ai poli galattici che nel piano galattico, una rappresentazione che non tenesse conto della variazione con la latitudine galattica sarebbe molto imperfetta.

Si può ipotizzare provvisoriamente che la legge di luminosità e quella di velocità siano le stesse in ogni parte dello spazio. Si possono sollevare argomentazioni contro entrambe queste ipotesi; ma esse sembrano inevitabili allo stato attuale delle conoscenze, ed è probabile che i risultati ottenuti su questa base siano validi come prima approssimazione. Si può inoltre osservare che, trattando di moti propri, siamo necessariamente confinati a un volume piuttosto piccolo del sistema stellare, e l'ipotesi di una legge di velocità costante in tali indagini sembra giustificata.

La costanza della legge di velocità viene assunta nella maggior parte delle ricerche in una forma diversa, che deve essere attentamente distinta dall'ipotesi appena enunciata, ed è, in effetti, molto meno innocua. Si presume che per le stelle di un catalogo la legge di velocità sia la stessa a tutte le distanze. Ora, tra le stelle di un catalogo con un limite inferiore di magnitudine esiste una forte correlazione tra luminosità e distanza. Si fa quindi virtualmente un'ulteriore ipotesi: che stelle di diversa luminosità intrinseca abbiano la stessa legge di velocità; oppure, poiché tipo spettrale e luminosità sono strettamente correlati, che stelle di spettri diversi abbiano la stessa legge di velocità. È noto che questo non è vero. Sembra probabile che i risultati ottenuti con questa ipotesi, comprese alcune ricerche in questo capitolo, possano essere fuorvianti in alcuni particolari; sebbene anche in questo caso si possa spesso giungere a conclusioni abbastanza corrette nonostante metodi imperfetti. Ma è auspicabile, ove possibile, che i diversi tipi spettrali vengano studiati separatamente; perché nel caso di stelle di tipo omogeneo non conosciamo alcuna prova che invalidi l'ipotesi di una legge di velocità costante.

Un'ulteriore proprietà del sistema stellare, che ha qualche diritto di essere mantenuta nella rappresentazione idealizzata, è l'assorbimento della luce nello spazio interstellare. Vi sono alcune

prove, forse insufficienti, che questo sia sufficientemente piccolo da essere trascurato nelle presenti discussioni. Poiché non sembra possibile dedurre risultati utili quando viene mantenuto come incognita, ci assumeremo il rischio di trascurarlo.

Il problema di determinare una o più delle tre leggi enumerate può essere affrontato in vari modi; e la diversità delle indagini è piuttosto sconcertante. La difficoltà di fornire un resoconto coerente dello stato attuale del problema è accresciuta dal fatto che parte del lavoro si è basata su dati ormai obsoleti; ed è difficile prevedere in quale misura l'introduzione di dati più recenti produrrebbe modifiche significative.

Le ricerche statistiche generali descritte in questo capitolo si basano su una o più delle seguenti categorie di dati:

- (a) Conteggio delle stelle entro limiti di magnitudine dati.
- (b) Il moto parallattico medio di stelle di magnitudine data.
- (c) Parallassi misurate direttamente.
- (d) La distribuzione (o dispersione) osservata dei moti propri di stelle più luminose di una magnitudine limite.

Le velocità radiali vengono considerate solo per la velocità adottata del moto solare, solitamente preso come 19.5 km/s .

È opportuno distinguere l'uso dei moti propri per determinare il moto parallattico medio da altre applicazioni dei dati relativi al moto proprio. Il moto parallattico, o come talvolta viene chiamato, parallasse secolare, fissa la distanza media di una classe di stelle senza introdurre alcuna considerazione sulla distribuzione delle loro velocità individuali.

Le indagini possono essere raggruppate in tre classi:

- I. Quelle che dipendono solo da (a) e (b).
- II. Quelle che dipendono da (a), (b), (c) e (d).
- III. Quelle che dipendono solo da (d).

Si mostrerà più avanti che (a) e (b) sono teoricamente sufficienti per determinare le leggi di densità e luminosità, quindi l'inclusione di (c) introduce una certa ridondanza di equazioni. Le indagini che dipendono da (d) si distinguono dalle altre, poiché coinvolgono la legge di velocità; ma poiché gettano anche luce sulle altre due leggi, è utile considerarle nello stesso contesto.

Prima di procedere all'esame delle tre classi di indagine, è necessario prestare attenzione all'espressione dei risultati relativi ai moti parallattici medi e alle parallassi misurate in una forma appropriata. Le formule fornite da J. C. Kapteyn nel 1901 sono ampiamente utilizzate; e, sebbene sarebbe naturalmente un miglioramento sostituirle con dati più recenti, non è stata ancora apportata alcuna revisione generale del suo lavoro. Kapteyn derivò due formule per le parallassi medie delle stelle; una esprime la media per tutte le stelle di una data magnitudine, l'altra per stelle di una data magnitudine e moto proprio. Per la prima formula non è possibile utilizzare le parallassi misurate direttamente. Il problema non è tanto la scarsità dei dati, quanto che le stelle vengono solitamente selezionate per l'indagine in base al loro grande moto proprio, e sono di conseguenza molto più vicine al Sole rispetto alla massa delle stelle della stessa magnitudine. Il moto parallattico medio, o parallasse secolare, fornisce il mezzo necessario per determinare la dipendenza della parallasse dalla sola magnitudine. L'unica difficoltà pratica deriva dai moti eccessivi occasionali, che esercitano un'influenza sproporzionatamente grande sul risultato. I risultati di Kapteyn, che dipendono dai moti propri di Auwers-Bradley, sono contenuti nella formula

$$\text{Parallasse media per magnitudine } m = 0.0158'' \times (0.78)^{m-5.5} \quad (A)$$

Se i Tipi I e II sono presi separatamente, le formule per le parallassi medie sono:

$$\begin{aligned}\text{Tipo I} \quad m &= 0.0097'' \times (0.78)^{m-5.5} \\ \text{Tipo II} \quad m &= 0.0227'' \times (0.78)^{m-5.5}\end{aligned}$$

Nella Tabella 34 sono riportate le parallassi medie per le diverse magnitudini, dopo aver corretto la formula precedente (A) per ridurle al valore attuale del moto solare, 19.5 km/s , invece dei 16.7 utilizzati da Kapteyn.

Nella Tabella 34 sono riportate le parallassi medie per le diverse

Tabella 34

Parallassi medie di Kapteyn

(Ridotte al valore 19.5 km/s per il moto solare)

Magnitudine	Parall. media	Magnitudine	Parall. media
	“		“
1.0	0.0414	6.0	0.0120
2.0	0.0323	7.0	0.0098
3.0	0.0252	8.0	0.0673
4.0	0.0196	9.0	0.0057
5.0	0.0153		

Per la dipendenza della parallasse dal moto proprio, Kapteyn ricorse alle parallassi misurate. A tal fine, il loro uso è del tutto legittimo, sebbene potremmo essere inclini a dubitare che i dati (a quel tempo molto meno soddisfacenti di oggi) fossero sufficientemente affidabili. Per una magnitudine costante, si scoprì che la dipendenza dal moto proprio seguiva la formula empirica

$$\bar{\pi} = \mu^p$$

dove $p = 1/1.405$. La formula attuale per la parallasse media di una stella di magnitudine m e moto proprio μ'' per anno è

$$\bar{\pi}^{m,\nu} = (0.95)^{m-5.5} \times (0.0387\mu)^{0.712} \quad (B)$$

È interessante sapere con quale probabilità questa formula della media fornisca la corretta parallasse di una particolare stella. Supponendo che $\log(\pi/\bar{\pi})$ sia distribuito secondo la legge degli errori, la deviazione probabile di questo logaritmo è stata trovata pari a 0.19 . Pertanto, esiste una probabilità che la parallasse di qualsiasi stella sia compresa tra 0.65 e 1.55 volte il valore più probabile per il moto e la magnitudine dati.¹ Questo risultato è stato trovato confrontando le parallassi misurate con la formula e determinando il residuo medio.

La formula per $\bar{\pi}_m$ e $\bar{\pi}_{m,\mu}$ può essere più convenientemente espressa nella forma²

$$\log_{10} \bar{\pi}_m = -1.108 - 0.125m \quad (C)$$

$$\log_{10} \bar{\pi}_{m,\mu} = -0.4766 - 0.0434m + 0.712 \log \mu \quad (D)$$

Per riunire tutti i dati dovuti a Kapteyn, possiamo aggiungere qui i suoi risultati per i conteggi di stelle di magnitudini successive. K. Schwarzschild ha dimostrato che i numeri di Kapteyn possono essere riassunti dalla formula:

$$\log_{10} b_m = 0.596 + 0.5612m - 0.0055m^2 \quad (E)$$

¹Il valore più probabile non è il valore medio. Con la deviazione probabile sopra indicata, il valore più probabile sarebbe $0.81 \times \bar{\pi}_{m,\mu}$.

²Le formule (A) e (C) non corrispondono del tutto, poiché la prima contiene una leggera correzione apportata da Kapteyn (Prefazione, *Groningen Publications*, n. 8).

dove b_m è il numero di stelle (nell'intero cielo) tra la magnitudine m e $m + dm$.

Le formule (C), (D) ed (E) corrispondono rispettivamente ai dati (b), (c) e (a) precedentemente menzionati.

La principale critica dei ricercatori successivi è stata rivolta all'elevato valore del coefficiente m nella formula (C). Vi è motivo di ritenere che la diminuzione della parallasse media con l'aumentare della poca luminosità sia meno rapida di quanto mostrato nella Tabella 34. Secondo C. V. L. Charlier³ il coefficiente è inferiore alla metà del valore di Kapteyn. La determinazione di Charlier si basa sui moti propri di Boss, che sono molto accurati; ma l'intervallo di grandezza è troppo limitato per una soluzione soddisfacente. Senza attribuire troppa importanza al valore preciso, egli ritiene che i moti propri di Boss non possano essere conciliati con la cifra più grande. Ciò significa che c'è meno differenza tra le parallasse di diverse magnitudini di quanto ipotizzato da Kapteyn. L'autore⁴, lavorando pure al Catalogo di Boss, aveva scoperto che per stelle di una data magnitudine la differenza in distanza deve essere inferiore a quella dedotta dalla formula di Kapteyn, un fatto evidentemente correlato all'obiezione di Charlier.

G. C. Comstock⁵ ha analogamente sostenuto che le parallasse delle stelle deboli sono maggiori di quelle date dalla formula. Da un'indagine sui moti propri di 479 stelle da 7^m a 13^M , ha concluso che una relazione, proposta per la prima volta da A. Auwers per un intervallo più breve, è valida in modo soddisfacente dalla terza alla tredicesima magnitudine, ovvero che il moto proprio medio è inversamente proporzionale alla magnitudine. Poiché il moto proprio medio può essere considerato proporzionale alla parallasse, il risultato di Comstock porta alla formula

$$\pi_m = \frac{c}{m} \quad (m > 3)$$

La formula (E) può essere confrontata con la determinazione di Chapman e Melotte (formule (4) e (5)). Le differenze reali sono molto grandi, anche se forse non così grandi come apparirebbe da un confronto superficiale dei coefficienti.

I. INDAGINI CHE DIPENDONO DAL CONTEGGIO DELLE STELLE E DAL MOTO PARALLATTICO MEDIO.

Dalle parallasse medie di stelle di diverse magnitudini, combinate con il conteggio del numero di stelle fino alle magnitudini limite, si possono determinare la legge della densità e la legge della luminosità. Una soluzione generale molto elegante di questo problema è stata data da Schwarzschild; e, sebbene in pratica possa essere solitamente meno laborioso elaborare casi speciali in base alle funzioni che rappresentano i dati osservati, il suo metodo è così generalmente applicabile ai problemi fondamentali delle statistiche stellari che inizieremo a considerarlo in dettaglio.

Sia $D(r)$ il numero di stelle per unità di volume a una distanza r dal Sole.

Sia $\phi(i)$ di la proporzione in cui la luminosità assoluta si trova tra i e $i + di$.

Ponendo h per la luminosità apparente di una stella, abbiamo

$$h = \frac{i}{r^2} \quad (1)$$

Sia $B(h)dh$ il numero totale di stelle di luminosità assoluta tra h e $h + dh$.

E sia $\pi(h)$ la parallasse media delle stelle di luminosità apparente h .

Allora il numero totale di stelle alla distanza tra r e $r + dr$ è

$$4\pi r^2 D(r)$$

³Charlier, *Lund Meddelanden, Series 3*, No. 8, p. 48.

⁴Eddington, *Monthly Notices*, Vol. 72, p. 384.

⁵Comstock, *Astron. Journ.*, No. 655.

e di queste la proporzione $\phi(hr^2)r^2dh$ avrà una luminosità apparente tra h e $h+dh$.

Pertanto

$$B(h)dh = \int_{r=0}^{\infty} 4\pi r^2 dr D(r) \phi(hr^2) r^2 dh$$

o

$$B(h) = 4\pi \int_0^{\infty} D(r) \phi(hr^2) r^4 dr \quad (2)$$

E per la somma dei reciproci delle distanze

$$B(h)\pi(h) = 4\pi \int_0^{\infty} D(r) \phi(hr^2) r^3 dr \quad (3)$$

Trasformiamo ora i due integrali (2) e (3) come segue:

Sia

$$r = e \cdot \rho \quad h = e^{-2\mu}$$

cosicch 

$$i = e^{-2(\mu+\rho)}$$

Siano inoltre

$$\begin{aligned} 4\pi D(r) r^5 &= f(\rho) \\ \phi(i) &= g(\mu + \rho) \\ B(h) &= b(\mu) \\ B(h)\pi(h) &= c(\mu) \end{aligned}$$

Qui, poich  si suppone che $B(h)$ e $\pi(h)$ siano ricavati dai dati osservativi, $b(\mu)$ e $c(\mu)$ sono dati allo stesso modo; sono le stesse quantit  osservate espresse come funzioni di una variabile indipendente modificata.

Le due equazioni integrali (2) e (3) diventano

$$b(\mu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\rho) g(\mu + \rho) d\rho \quad (4)$$

$$c(\mu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\rho) g(\mu + \rho) e^\rho d\rho \quad (5)$$

Formiamo gli integrali di Fourier

$$\left. \begin{aligned} b(q) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} b(\mu) e^{-iq\mu} d\mu & c(q) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} c(\mu) e^{-iq\mu} d\mu \\ f(q) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(\mu) e^{-iq\mu} d\mu & g(q) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(\mu) e^{-iq\mu} d\mu \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

dove $i = \sqrt{-1}$.

Allora abbiamo la ben nota relazione reciproca

$$\left. \begin{aligned} b(\mu) &= \int_{-\infty}^{\infty} b(q) e^{iq\mu} dq & c(\mu) &= \int_{-\infty}^{\infty} c(q) e^{iq\mu} dq \\ f(\mu) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(q) e^{iq\mu} dq & g(\mu) &= \int_{-\infty}^{\infty} g(q) e^{iq\mu} dq \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Ora

$$\mathfrak{b}(q) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} b(\mu) e^{-iq\mu} d\mu = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\rho) g(\mu + \rho) e^{-iq\mu} d\mu d\rho$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(\rho) e^{iq\rho} d\rho \int_{-\infty}^{\infty} g(\mu + \rho) e^{-iq(\mu+\rho)} d(\mu + \rho)$$

Allora dalla (6)

$$\mathfrak{b}(q) = 2\pi f(-q) \cdot g(q) \quad (8)$$

Similmente

$$\mathfrak{c}(q) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(\rho) e^{\rho} e^{iq\rho} d\rho \int_{-\infty}^{\infty} g(\mu + \rho) e^{-iq(\mu + \rho)} d(\mu + \rho) = \mathfrak{g}(q) \int_{-\infty}^{\infty} f(\rho) e^{-i(i-q)\rho} d\rho$$

Pertanto

$$\mathfrak{c}(q) = 2\pi \mathfrak{f}(i - q) \mathfrak{g}(q) \quad (9)$$

Dalle (8) e (9) abbiamo

$$\frac{\mathfrak{f}(i - q)}{\mathfrak{f}(-q)} = \frac{\mathfrak{c}(q)}{\mathfrak{b}(q)} \quad (10)$$

Poiché le funzioni $\mathfrak{c}$ e $\mathfrak{b}$ possono essere calcolate direttamente (mediante analisi di Fourier o in altro modo) da c e b , il lato destro è noto.

Ponendo

$$p = iq$$

e

$$F(p) = \log \mathfrak{f}(ip) = \log \mathfrak{f}(-q)$$

l'equazione (10) diviene

$$F(p + 1) - F(p) = \log \frac{\mathfrak{c}(-ip')}{\mathfrak{b}(-ip')} \cot(p' - p) dp' \quad (11)$$

un'equazione differenza la cui soluzione è

$$F(p) = \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \log \frac{\mathfrak{c}(-ip')}{\mathfrak{b}(-ip')} \cot(p' - p) dp' \quad (12)$$

essendo l'integrazione lungo l'asse immaginario di p' .

Pertanto F si può trovare e da esso $\mathfrak{f}$. Quindi f viene determinato mediante la (7).

Inoltre, una volta determinata $\mathfrak{f}$, $\mathfrak{g}$ è dato dalla (8) e quindi g può essere determinato.

Si trovano di conseguenza le leggi di densità e luminosità.

Se si assumono forme particolari per le espressioni che forniscono il conteggio delle stelle di ciascuna magnitudine e le loro parallassi medie, l'analisi può essere resa molto più semplice. Nella seguente ricerca vengono adottate forme particolari delle funzioni, che appaiono adeguate a rappresentare lo stato attuale delle nostre conoscenze e si prestano convenientemente a un trattamento matematico:

Sia

r la distanza misurata in parsec,

i la luminosità assoluta misurata in termini di una stella di magnitudine zero alla distanza di un parsec,

h la luminosità apparente in termini di una stella di magnitudine zero.

E poniamo

$$\begin{aligned} \rho &= -5.0 \log_{10} r \\ M &= -2.5 \log_{10} i \\ m &= -2.5 \log_{10} h \end{aligned}$$

dove M e m sono rispettivamente la magnitudine assoluta e apparente.

Abbiamo $i = hr^2$ e $M = m + \rho$

Adottiamo le forme:

$$\text{Legge della densità} \quad D(r) = 10^{a_0 - a_1 \rho - a_2 \rho^2} \quad (13)$$

$$\text{Legge della luminosità} \quad \phi(i) = 10^{b_0 - b_1 M - a_2 M^2} \quad (14)$$

Numero di stelle tra le magnitudini m e $m + dm$:

$$b(m) dm = 10^{\kappa_0 - \kappa_1 m - \kappa_2 m^2} dm \quad (15)$$

Parallasse media di stelle di magnitudine m

$$\pi(m) = 10^{p_0 - p_1 m - p_2 M^2} \quad (16)$$

Quindi, esprimendo che le stelle di magnitudine da m a $m + dm$ sono costituite da gusci sferici successivi a distanza r , contenenti $4\pi r^2 dr D(r)$ stelle, di cui la proporzione $\phi(hr^2) r^2 dh$ sono della luminosità intrinseca appropriata, abbiamo

$$b(m) dm = 4\pi \int_0^\infty D(r) \phi(hr^2) r^4 dr dh \quad (17)$$

Ora

$$\begin{aligned} dm &= -2.5 \log_{10} e \frac{dh}{h} \\ d\rho &= -5.0 \log_{10} e \frac{dr}{r} \\ r &= 1'^{-0.2\rho} \\ h &= 10^{-0.4m} \end{aligned}$$

e

$$\phi(hr^2) D(r) = 10^{b_0 - b_1(m+\rho) - b_2(m+\rho)^2 + a_0 - a_1\rho - a_2\rho^2}$$

Pertanto abbiamo

$$b(m) = \frac{4\pi}{12.5 (\log e)^2} \int_{-\infty}^\infty d\rho \cdot 10^{-\rho - 0.4m + a_0 - a_1\rho - a_2\rho^2 + b_0 - b_1(m+\rho) - b_2(m+\rho)^2} \quad (18)$$

Ora l'integrale è della forma ben nota

$$\int_{-\infty}^\infty d\rho \cdot 10^{A_0 - A_1\rho - A_2\rho^2} = \sqrt{\frac{\pi \log e}{A_2}} 10^{A_0 + \frac{A_1^2}{4A_2}}$$

La riduzione evidentemente porta a un'espressione per $b(m)$ della forma posta sopra nella (15), e troviamo

$$\left. \begin{aligned} \kappa_0 &= 0.7942 - \frac{1}{2} \log(a_2 + b_2) + a_0 + b_0 + \frac{(1+a_1+b_1)^2}{4(a_2+b_2)} \\ \kappa_1 &= \frac{a_2(b_1+0.4) - b_2(a_1+0.6)}{a_2+b_2} \\ \kappa_3 &= \frac{a_2 b_2}{a_2+b_2} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

La somma delle parallassi delle stelle tra le magnitudini m e $m + dm$, che è uguale a $\pi(m)b(m)dm$, si trova scrivendo r^3 per r^4 nella (17), oppure $\pi(m)b(m)$ è dato scrivendo $\alpha_1 = -0.2$ per a_1 , nella (18) e (19). Proseguendo questa modifica nELLA (19), troviamo

$$\left. \begin{aligned} \kappa_0 + P_0 &= 0.7942 - \frac{1}{2} \log(a_2 + b_2) + a_0 + b_0 + \frac{(0.8+a_1+b_1)^2}{4(a_2+b_2)} \\ \kappa_1 + P_1 &= \frac{a_2(b_1+0.4) - b_2(a_1+0.4)}{a_2+b_2} \\ \kappa_3 + P_2 &= \frac{a_2 b_2}{a_2+b_2} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Da cui sottraendo la (19) dalla (20)

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= -0.1 \frac{a_1+b_1+0.9}{a_2+b_2} \\ P_1 &= \frac{0.2b_2}{a_2+b_2} \\ P_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Il fatto che la formula quadratica per i logaritmi delle funzioni di densità e luminosità porti a una formula lineare ($P_2 = 0$) per il logaritmo della parallasse media è interessante, perché la formula lineare per quest'ultima è quella fornita da Kapteyn ed è di uso generale.

Dalle formule (19) e (21) è facile dedurre i coefficienti delle funzioni di densità e luminosità in termini dei coefficienti osservati $\kappa_0, \kappa_1, \kappa_2, P_0$ e P_1 . Allora $a_2 = \frac{\kappa_2}{5P_1}$, $b_2 = \frac{\kappa_2}{1-5P_1}$, e così via. a_0 e b_0 non sono dati indipendentemente, ma mediante la loro somma $a_0 + b_0$. Ma, se si desidera, b_0 si può trovare dalla condizione implicita nella definizione di ϕ ,

$$\int_0^\infty \phi(i) di = 1$$

Tra i tentativi pratici di misurare le funzioni di densità e luminosità dalle parallassi medie e dai conteggi di stelle di diverse magnitudini, si può prendere come esempio uno studio di H. Seeliger⁶ (1912). Dividendo il cielo in cinque zone in base alla latitudine galattica, ottenne per B_m , (il numero di stelle per grado quadrato fino alla magnitudine m) le seguenti espressioni:

Zona	Latitudine Galattica	Formula
A	$da \pm 90^\circ$ $a \pm 70^\circ$	$\log_{10} B_m = -4.610 + 0.6640m - 0.01334m^2$
B	$da \pm 70^\circ$ $a \pm 50^\circ$	$\log_{10} B_m = -4.423 + 0.6099m - 0.00957m^2$
C	$da \pm 50^\circ$ $a \pm 30^\circ$	$\log_{10} B_m = -4.565 + 0.6457m - 0.01025m^2$
D	$da \pm 30^\circ$ $a \pm 10^\circ$	$\log_{10} B_m = -4.623 + 0.6753m - 0.01027m^2$
E	$da + 10^\circ$ $a - 10^\circ$	$\log_{10} B_m = -4.270 + 0.6041m - 0.00512m^2$

Questi sono stati derivati da una discussione sulle magnitudini del Durchmusterung di Bonn e dai campioni di Sir John Herschel. Grazie all'uso di quest'ultima fonte, la concentrazione galattica delle stelle deboli è molto elevata, proprio come nei risultati di Kapteyn; i dubbi sollevati su questi numeri dalle ricerche moderne sono stati ampiamente discussi nel capitolo precedente. L'andamento dei coefficienti di Seeliger da zona a zona appare piuttosto irregolare, ma la forma delle espressioni tende a nascondere una progressione costante nei numeri effettivi.

Da queste espressioni per B_m , $b_m = \frac{dB_m}{dm}$ è stato dedotto senza difficoltà ed espresso nella stessa forma quadratica (equazione 15). Per le parallassi medie (equazione 16) sono stati adottati i numeri di Kapteyn. Ma sorge una difficoltà perché le parallassi medie sono state fornite solo per il cielo nel suo complesso, e non per le singole zone di latitudine galattica; ed è ben noto che la parallasse media varia notevolmente da una latitudine all'altra. La difficoltà, tuttavia, può essere superata. Abbiamo concordato di considerare la legge della densità come dipendente dalla latitudine galattica e la legge della luminosità come costante; vale a dire, i coefficienti a_0, a_1, a_2 saranno diversi per ciascuna zona; b_0, b_1, b_2 , saranno gli stessi per tutti. Se eliminiamo a_1 e a_2 dalla (19) e (21), e ignoriamo la prima equazione, che viene utilizzata solo per determinare $a_0 + b_0$, otteniamo due equazioni tra b_1 e b_2 e P_0P_1 da ciascuna zona. Combinando queste in base al numero di stelle in ciascuna zona, si ottengono due equazioni in cui è possibile sostituire la media P_1 e P_2 data dalle parallassi di Kapteyn. Queste determinano b_1 e b_2 . Le costanti rimanenti $a_0 + b_0, a_1, a_2$ vengono quindi determinate separatamente per ciascuna zona mediante le equazioni (19). Con una procedura di questo tipo, sebbene diversa nei dettagli, Seeliger giunse

⁶Seeliger, *Sitzungsberichte*, K. Bayer. Akad. zu München, 1912, p. 451.

a una soluzione. Che il risultato sia molto diverso da quello che si otterrebbe utilizzando la stessa formula di parallasse per tutte le zone, si può osservare dai seguenti numeri, che furono dedotti come parallassi medi di stelle di magnitudine $9^m.0$.

Zona	A	B	C	D	E
Parallassi Media ($9^m.0$)	0".0065	0".0061	0".0053	0".0044	0".0039

Le funzioni di densità e luminosità sono date dalla (13) e (14). Il risultato di Seeliger per la funzione di luminosità è

$$\phi(i) = \text{cost.} \times e^{-2.129 \ln i - 0.1007(\ln i)^2} \quad (22)$$

Come esempi della legge della densità possono essere sufficienti i seguenti (forniti da Seeliger):

Zona	A	B	C	D	E
$\frac{\text{Densità a distanza di } 5000 \text{ parsec}}{\text{Densità al Sole}}$	0".0031	0".0049	0".0355	0".0692	0".0851
$\frac{\text{Densità a } 1600 \text{ parsec}}{\text{Densità a } 16 \text{ parsec}}$	0".021	0".030	0".107	0".0166	0".0191

Questi risultati mostrano una diminuzione della densità molto più rapida in prossimità dei poli rispetto al piano galattico. I risultati per la Zona E dovrebbero forse essere accantonati, poiché presumibilmente sono disturbati dal passaggio della Via Lattea attraverso quella regione; ma le altre quattro zone rappresentano la distribuzione generale nel sistema stellare. Non facciamo tuttavia molto affidamento sui risultati numerici, poiché la determinazione si basa sui campioni di Herschel e sulle parallassi medie di Kapteyn, entrambi soggetti a qualche dubbio.

II. RICERCHE CHE DIPENDONO DAL CONTEGGIO DELLE STELLE, DAI MOTI PARABOLICI MEDI, DALLE PARALLASSI MISURATE E DALLA DISTRIBUZIONE DEI MOTI PROPRI.

Supponiamo di aver formato una tabella a doppia entrata che fornisca il numero di stelle comprese tra limiti di magnitudine e limiti di moto proprio assegnati. Per le stelle in qualsiasi compartimento della tabella corrispondenti alla magnitudine m e moto proprio μ , le formule (B) o (D) forniscono la parallasse media. Inoltre, come già affermato, le singole parallassi deviano dalla media secondo la legge,

La frequenza del $\log(\pi/\bar{\pi})$ è una funzione errore con errore probabile 0.19.

Da qui si può ricavare la proporzione di queste stelle entro qualsiasi limite di parallasse. Quindi, prendendo le stelle in un qualsiasi compartimento, possiamo ridistribuirle in una nuova tabella con argomenti parallasse e magnitudine. Trattando separatamente ogni compartimento della vecchia tabella, trasferiamo tutte le stelle nella nuova tabella e otteniamo il numero di stelle entro limiti di magnitudine e parallasse dati.

La Tabella 35 riporta i risultati di una soluzione elaborata in questo modo da J. C. Kapteyn⁷. Mostra come il numero di stelle di ciascuna magnitudine sia distribuito in funzione della distanza.

⁷Kapteyn, *Astron. Journ.*, No. 566, p. 119.

Tabella 35

Distribuzione in distanza di stelle di ogni magnitudine (Kapteyn).

Limiti di distanza	Parallasse media	Numero di stelle nel cielo.						m-M
Parsec	"	2.6-3.6°	3.6-4.6°	4.6-5.6°	5.6-6.6°	6.6-7.5°	7.6-8.6°	m
>1000	—	0.6	5.0	25	127	763	4840	—
631-1000	0.00118	2.0	8.0	42	197	871	4590	14.5
398-631	0.00187	2.9	19.6	92	369	1466	6050	13.5
251-398	0.00296	9.4	29.6	151	603	2210	7310	12.5
159-251	0.00469	14.7	51.0	223	815	2770	8320	11.5
100-158	0.00743	19.6	64.6	256	885	2760	5830	10.5
60-100	0.0118	22.8	78.8	240	767	2080	4140	9.5
40-63	0.0187	21.3	71.1	190	537	1240	2150	8.5
25-40	0.0296	17.2	57.1	130	311	579	890	7.5
16-25	0.0469	11.8	39.1	71	145	235	316	6.5
10-16	0.0743	6.5	22.5	34	56	84	99	5.5
6.3-10	0.118	3.2	11.2	14	18	39	30	4.5
0-6.3	—	2.0	7.0	8	11	14	14	—

Per stelle di magnitudine e distanza note, è possibile calcolare la magnitudine assoluta M . Il numero da sottrarre alla magnitudine apparente m per ottenere la magnitudine assoluta si trova nell'ultima colonna della tabella. I limiti di distanza sono stati scelti in modo che il passaggio da una riga all'altra corrisponda a una variazione di una magnitudine.

Ogni riga della Tabella 35 fornisce una determinazione della legge di luminosità, poiché mostra il numero di stelle in un certo volume di spazio che hanno magnitudini assolute comprese tra limiti dati. Utilizzando opportune medie tra i risultati di ciascuna riga della tabella, Kapteyn è giunto a un'espressione per la legge di luminosità che può essere scritta

$$\phi(i) = \text{cost} \times e^{-1.53 \ln i - 0.072(\ln i)^2} \quad (23)$$

Questa può essere confrontata con il risultato di Seeliger (22).

Di nuovo, se partiamo da un qualsiasi numero sul lato sinistro della Tabella 35 e ci spostiamo diagonalmente verso l'alto verso destra, i numeri successivi si riferiranno tutti a stelle della stessa magnitudine assoluta. Per esempio, partendo da 17.2, abbiamo i valori

$$17.2 \quad 71.1 \quad 240 \quad 885 \quad 2770 \quad 7310$$

che si riferiscono a una magnitudine assoluta -4.4 (strettamente da -4.9 a -3.9).

Ora questi sono i numeri di stelle in una serie di strati sferici, i cui volumi formano una progressione geometrica

$$1 \quad 4.0 \quad 15.8 \quad 63.1 \quad 251 \quad 1000$$

Da cui per divisione le densità relative sono

$$17.2 \quad 17.8 \quad 15.2 \quad 14.0 \quad 11.0 \quad 7.2$$

corrispondenti alle distanze di

Secondo le nostre ipotesi, la variazione della densità stellare con la distanza sarà mostrata in modo uniforme, qualunque sia la magnitudine assoluta scelta; otterremo quindi dalla Tabella 35 una serie di determinazioni della legge di densità. I valori seguenti illustreranno il carattere della legge di densità dedotta da Kapteyn.

Distanza	Densità stellare
0	1.00
50 parsec	0.99
135 parsec	0.86
213 parsec	0.67
540 parsec	0.30
850 parsec	0.15

È stato ricordato che in questa seconda classe di indagine vengono impiegati più dati del necessario per fornire una soluzione. Per questo motivo, dalla Tabella 35 otteniamo diverse determinazioni separate delle leggi di luminosità e densità invece di un'unica soluzione. Kapteyn ha utilizzato l'accordo delle singole determinazioni per difendere l'ipotesi che l'assorbimento della luce nello spazio non sia elevato. Schwarzschild ha discusso analiticamente la coerenza reciproca dei dati e ha dimostrato che le relazioni teoriche sono ben soddisfatte.

Pertanto trova che il valore teorico dell'errore probabile di $\log \pi/\pi$ è 0.22, rispetto a 0.19 adottato da Kapteyn dalle osservazioni.

III. INDAGINI CHE DIPENDONO UNICAMENTE DALLA DISTRIBUZIONE DEI MOTO PROPRI DELLE STELLE.

Un'altra classe di indagini statistiche dipende interamente dai moti propri. In questo contesto è opportuno introdurre una nuova definizione della legge di densità, ovvero il numero di stelle *più luminose di una magnitudine apparente limite* per unità di volume di spazio a diverse distanze da noi. Ciò implica una combinazione delle vecchie leggi di densità e luminosità, e di per sé non ci fornisce informazioni definitive sulla struttura del sistema; ma è chiaramente di grande interesse pratico sapere come le stelle dei nostri cataloghi siano distribuite in relazione alla distanza. Anche la determinazione della legge di velocità è oggetto di queste indagini.

Sia

$g(u) \frac{du}{u}$ il numero di stelle aventi moti lineari tra u e $u + du$,

$h(a) \frac{da}{a}$ il numero di stelle aventi moti tra a e $a + da$,

$f(r) \frac{dr}{r}$ la proporzione di stelle (del catalogo) a una distanza tra r e $r + dr$ dal Sole.

Allora, esprimendo che $h(a) \frac{da}{a}$ è composto da stelle tutte alla possibile distanza r , con moto lineare u tra ra e $r(a + da)$

$$h(a) \frac{da}{a} = \int_0^\infty \frac{f(r) dr}{r} \frac{g(ra)}{ra} r da$$

Pertanto

$$h(a) = \int_0^\infty f(r) g(ra) \frac{dr}{r} \quad (24)$$

O scrivendo

$$\begin{array}{lll} r = e^\lambda & a = e^\mu & u = e^\gamma \\ f(e^\lambda) = \mathfrak{f}(\lambda) & h(e^\mu) = \mathfrak{h}(\mu) & g(e^\gamma) = \mathfrak{g}(\gamma) \end{array}$$

L'equazione (24) diviene

$$\mathfrak{h}(\mu) = \int_0^\infty \mathfrak{f}(\lambda) \mathfrak{g}(\lambda + \mu) d\lambda \quad (25)$$

Questa è della stessa forma della (4), e la soluzione è di conseguenza

$$H(q) = 2\pi F(-q) G'(q) \quad (26)$$

dove F, G, H sono gli integrali di Fourier corrispondenti a $\mathfrak{f}, \mathfrak{g}, \mathfrak{h}$.

$$F(q) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty f(\lambda) e^{-iq\lambda} d\lambda \quad (27)$$

e

$$f(\lambda) = \int_{-\infty}^\infty F(q) e^{iq\lambda} dq \quad (28)$$

Per ottenere un punto di partenza si suppone che nella direzione perpendicolare al vertice del flusso stellare i moti lineari siano distribuiti secondo la legge dell'errore $e^{-h^2(u-V)^2} du$, dove V è la componente del moto solare in quella direzione. Le prove a sostegno di questa ipotesi sono state discusse nel Capitolo VII. C'è il vantaggio che sia la teoria a due derive che quella ellissoidale concordano su questo punto, rendendolo un presupposto valido in qualsiasi confronto tra le due teorie. Limitando l'attenzione alle stelle che si muovono in questa direzione, si può trovare $\mathfrak{g}$, e quindi G viene determinato dall'analisi del periodogramma. Per la stessa direzione, H è determinato da un'analisi dei moti osservati, e quindi F è dato dalla (26). Una volta trovato F (che determina la legge di densità $\mathfrak{f}$), possiamo usare il suo valore in (26) per determinare G per altre direzioni, e $\mathfrak{g}$ è determinato da G mediante un'ulteriore analisi del periodogramma (equazione (28)).

Pertanto, partendo dal presupposto che i moti propri perpendicolari alla direzione del flusso stellare siano distribuiti secondo la legge di Maxwell, è possibile determinare la legge completa della velocità. Il metodo è un po' difficile da applicare, non solo a causa dei lunghi calcoli numerici, ma anche perché la formula, che esprime verità *statistiche*, non può essere soddisfatta con esattezza da osservazioni basate su un campione limitato di stelle. La soluzione formale, spiacevolmente scrupolosa, conosce una sola via d'uscita da tale difficoltà: diverge. Dobbiamo quindi smussare in anticipo i dati osservati per assicurarci che il compito non sia impossibile; e anche in tal caso, se si lascia una minima irregolarità, questa può causare le più sorprendenti oscillazioni della soluzione nel tentativo di seguirla esattamente.

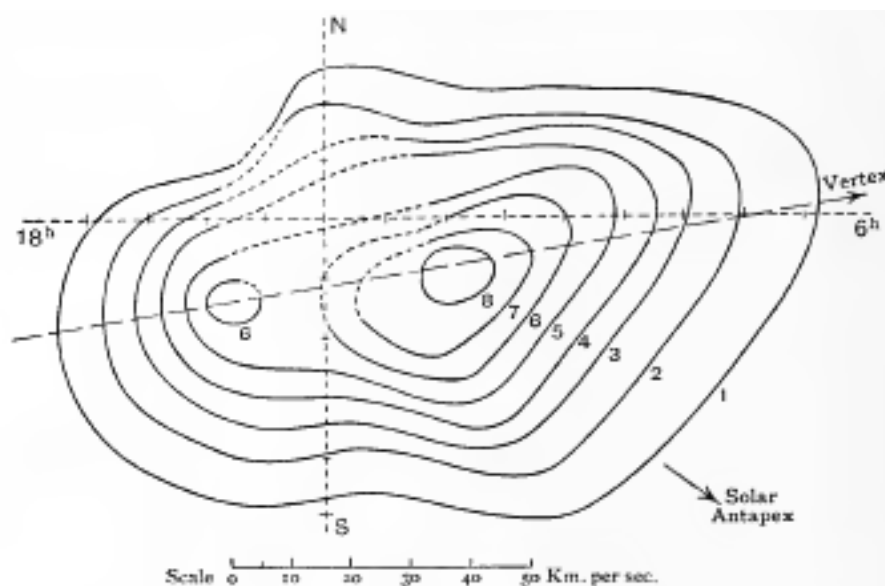


Fig. 21. - Curve di uguale frequenza della velocità

Questo metodo è stato applicato a 1129 stelle, i cui moti propri sono tratti dal Catalogo Generale Preliminare di Boss. Le stelle si trovano in due aree opposte del cielo, con centri nei due punti equinoziali. Poiché questi centri sono a circa 90° dal vertice e dall'apice solare, il flusso stellare e il moto solare sono mostrati in questa regione senza scorcio.

La distribuzione risultante delle velocità lineari è presentata in Fig. 21, che mostra le curve di uguale frequenza. Impostando il numero di stelle con componenti della velocità comprese tra x e $x + dx$ e y e $y + dy$ proporzionale a $\psi(x, y)dx dy$, sono state tracciate le curve $\psi(x, y) = 1, 2, 3, \dots$. Vicino all'origine, il metodo attuale per calcolare ψ diventa indeterminato; di conseguenza, entro una certa distanza dall'origine, le linee equifrequenti non sono state calcolate, ma il diagramma è stato completato dalle linee tratteggiate, poiché è sufficientemente ovvio come debba avvenire la congiunzione. Con l'origine delle coordinate mostrata in figura, le velocità sono riferite al Sole; possono essere riferite a qualsiasi altro standard semplicemente cambiando l'origine.

Si noterà che il diagramma fornisce un certo sostegno all'ipotesi di due derive distinte, in contrapposizione all'ipotesi ellissoidale unitaria. Non è chiaro quanto questa indicazione di una suddivisione sia attendibile. Non credo che alcuna modifica al metodo analitico o alle ipotesi originali possa apportare alcuna differenza al risultato; ma i dati potrebbero essere appena sufficienti.

Poiché $F(q)$ è determinato nel corso dell'analisi, possiamo anche derivare la distribuzione delle stelle in relazione alla distanza. I risultati sono i seguenti:

Tabella 36

Distribuzione delle stelle del catalogo di Boss (per una latitudine galattica media 63°).

Distanza	Parallasse	Percentuale di stelle
Parsec	"	
10.0-12.5	0.10-0.08	1.9
12.5-16.7	0.08-0.06	1.5
16.7-25.0	0.06-0.04	2.9
25.0-50.0	0.04-0.02	9.5
50.0-66.7	0.02-0.015	8.6
66.7-100	0.015-0.010	17.5
100-125	0.010-0.008	11.7
125-167	0.008-0.006	14.9
167-250	0.006-0.004	16.6
250-500	0.004-0.002	10.0
500-1000	0.002-0.001	2.4

Non meno del 70% di queste stelle si trova a una distanza compresa tra 50 e 250 parsec da noi. Vi è pure una probabilità che la parallasse di una stella sia compresa tra $0'',012$ e $0'',004$; in altre parole, se di una stella non sappiamo altro che è più luminosa di $6^m.5$, possiamo stabilire che la sua parallasse è $0'',08 \pm 0'',004$.⁸

Nella ricerca precedente, particolare attenzione è stata dedicata al calcolo della distribuzione delle velocità con il minimo di ipotesi possibile, e la distribuzione delle distanze è stata trovata piuttosto come un sottoprodotto. Considereremo ora le ricerche in cui l'obiettivo principale è trovare la distribuzione delle distanze.

Consideriamo, come al solito, le stelle in un'area del cielo sufficientemente piccola da poter essere considerata piana. Scomponiamo i moti propri in componenti lungo la direzione verso il vertice e perpendicolari ad esso (nel piano del cielo). Indichiamo queste ultime componenti con η .⁹

Sia

$-V$ = Componente del moto solare (in misura lineare) nella direzione η .

$h(\eta) d\eta$ = Numero di stelle la cui componente η del moto proprio si trova tra η e $\eta + d\eta$.

$g(v) dv$ = Proporzione di stelle la cui corrispondente componente del moto lineare si trova tra v e $v + dv$.

$f(r) dr$ = Numero di stelle (nella regione) a una distanza da r a $r + dr$; in modo che la densità delle stelle più luminose della magnitudine limite a una distanza r dal Sole sia proporzionale a $r^{-2}f(r)$.

Sia inoltre

$H(\eta) = \int_0^\eta h(\eta) d\eta$ = Numero di stelle la cui componente del moto proprio si trova tra 0 e η .

$F(r) = \int_0^r f(r) dr$ = Numero di stelle la cui distanza è inferiore a r .

Le unità di r, v e η sono fatte corrispondere, in modo che

$$v = r\eta$$

⁸Questa osservazione è rigorosamente vera secondo la definizione ordinaria di errore probabile, ma in una distribuzione di frequenza asimmetrica come questa, l'errore probabile non ha le proprietà che di solito gli associamo.

⁹La notazione dell'indagine precedente non è facilmente applicabile a questo caso. Ripartiamo da un punto di vista completamente nuovo.

Non è difficile vedere che il numero di moti propri maggiori di η si trova moltiplicando il numero di stelle più vicine a r per la proporzione con velocità lineari tra ηr e $\eta(r + dr)$, per passi successivi di r . Quindi, se N_1 e N_2 sono i numeri totali di stelle con componenti η positive e negative, avremo

$$N_1 - H(\eta) = \int_0^\infty F(r) g(r\eta) \eta dr$$

e

$$N_2 - H(-\eta) = \int_0^\infty F(r) g(-r\eta) \eta dr$$

cosicch 

$$N_1 + N_2 - \{H(\eta) + H(-\eta)\} = \int_{-\infty}^\infty F(r) g(r\eta) \eta dr \quad (29)$$

a condizione che scegliamo una funzione pari per rappresentare $F(r)$.

Assumiamo che le η componenti siano distribuite secondo la legge di Maxwell, in modo che

$$g(v) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2(v-V)^2} \quad (30)$$

Consideriamo ora la forma speciale

$$\left. \begin{aligned} f(r) &= 2h^2 k^2 r e^{-h^2 k^2 r^2} \\ F(r) &= 1 - e^{-h^2 k^2 r^2} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

dove k   una costante disponibile.

Sostituendo nella (29) e ponendo

$$\begin{aligned} \eta &= nk \\ \tau &= hV \end{aligned}$$

l'equazione si riduce a

$$H(\eta) + H(-\eta) = \frac{n}{\sqrt{1+n^2}} e^{\frac{\tau^2}{1+n^2}} = R(n) \quad (32)$$

La quantit  τ pu  essere trovata dal rapporto tra il numero di moti propri negativi η e il numero intero. Questo rapporto  , infatti,

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\tau}^{\tau} e^{-x^2} dx$$

Pertanto, la funzione $R(n)$ per la regione specifica pu  essere tabulata. Se quindi riusciamo a trovare una quantit  k tale che la proporzione di stelle con moto proprio delle componenti numericamente inferiore a nk sia rappresentata da $R(n)$, allora la distribuzione delle distanze   data da (31).

La forma di f qui discussa   stata selezionata (indipendentemente da F. W. Dyson e dall'autore) tra altre forme che si prestano a un trattamento matematico, in quanto corrispondono pi  fedelmente ai moti osservati. Possiamo effettuare una seconda approssimazione sovrapponendo due di queste funzioni con diversi valori di k .

Passando ora ai risultati, forniamo innanzitutto la distribuzione delle stelle pi  luminose di $5^m.8$ (Scala Harvard) per i tipi A e K separatamente.   stato precedentemente sottolineato che la legge (30) presupposta   valida solo quando si considerano stelle di tipo omogeneo. Sono state studiate due regioni, una con centro agli equinozi (latitudine galattica 63°), l'altra con centro ai poli (latitudine galattica 27°); la prima si   rivelata molto pi  favorevole allo scopo.

Tabella 37

Distribuzione delle stelle più luminose di $5^m.8$

Limiti della Distanza	Tipo K		Tipo A	
	Lat. G. 63°	Lat. G. 27°	Lat. G. 63°	Lat. G. 27° ¹⁰
0-2.5	11.7	9.2	7.9	7.5
25-50	30.7	24.1	18.2	21.4
50-75	35.3	31.5	18.8	32.7
75-100	31.4	31.8	17.6	38.5
100-125	24.8	31.0	16.7	40.9
125-150	19.0	28.7	16.3	39.0
150-175	14.5	26.5	16.0	34.5
175-200	11.3	23.3	15.0	27.9
200-225	8.2	10.5	13.2	21.3
225-250	5.7	15.6	11.2	15.3
>250	8.4	36.3	32.6	25.0

Ogni regione occupa 0.235 dell'intero cielo e i dati indicano il numero effettivo di stelle. I risultati per il Tipo K, che sembrano essere i più affidabili, mostrano molto bene il calo numerico a grandi distanze alle alte latitudini galattiche rispetto alle basse. Il diradamento inizia a essere percettibile oltre i 100 parsec, e a 250 parsec la densità è solo circa un quarto del suo valore alle latitudini inferiori. La diminuzione è più rapida di quanto ci si aspetterebbe dai dati di Seeliger. I risultati per il Tipo A non sono così facili da accettare. Sono propenso a credere, tuttavia, che ci debba essere un vero e proprio raggruppamento di stelle di Tipo A nella regione bassa, a una distanza di circa 100 parsec, come suggeriscono i dati. Forse l'ammasso ha proprietà speciali per quanto riguarda il moto, che sconvolgeranno i dettagli della nostra tabella. Nella regione delle alte latitudini (per le quali non sembrano esserci buone ragioni per dubitare dei risultati) le stelle appaiono molto più sparse rispetto al Tipo K, come ci si aspetterebbe se il Tipo A fosse più raro nello spazio ma di maggiore luminosità media. Sembra possibile che la distanza media inaspettatamente bassa del Tipo A sia dovuta alla presenza di estesi ammassi di queste stelle vicino al Sole. È stato osservato che il tipo immediatamente precedente, B, mostra una notevole tendenza a formare ammassi in movimento, e forse lo stesso fenomeno, in forma più vaga, potrebbe persistere nel Tipo A.

Per la distribuzione delle stelle più deboli sono disponibili i moti propri di 3735 stelle entro 9° dal Polo Nord contenuti nel Catalogo Circumpolare di Carrington. La magnitudine limite, che è la stessa del Bonn Durchmusterung, è di circa $10^m.3$. Queste stelle sono state studiate da F. W. Dyson con un metodo simile nel principio a quello che abbiamo appena descritto. Dyson ha utilizzato due forme di $f(r)$, cioè.

$$\begin{aligned} (a) \quad f(r) &= re^{-h^2 k^2 r^2} \\ (b) \quad f(r) &= r^{0.8} e^{-h^2 k^2 r^2} \end{aligned}$$

Le differenze nelle distribuzioni risultanti sono piccole; la prima probabilmente fornisce una rappresentazione più precisa delle stelle più vicine, mentre la seconda di quelle più distanti. Entrambi i risultati sono riportati nella Tabella 38.

Tabella 38

Distribuzione delle stelle più luminose di $10^m.8$ (per la latitudine galattica 27°)

¹⁰Solo nell'area del Polo Nord. Sembrava esserci qualche anomalia vicino al Polo Sud.

Limiti della Distanza	Percentuale di stelle	
	Formula (a)	Formula (b)
0-40	0.9	1.0
40-100	5.0	4.7
100-200	15.1	13.2
200-400	40.1	35.2
400-667	31.5	32.9
667-1000	7.1	11.9
>1000	0.3	1.1

Come prevedibile, queste stelle sono considerevolmente più distanti di quelle del Catalogo di Boss (cfr. Tabella 37). Ad esempio, solo il 5,7% si trova entro 100 parsec dal Sole, rispetto a oltre il 40% delle stelle di Boss.

Si può anche notare che il 70% del numero totale ha parallassi comprese tra 0".005 e 0"0015; ovvero, in termini di distanza, il 70% dista tra 200 e 650 parsec.

Si ritiene che alle basse latitudini galattiche la densità effettiva delle stelle nello spazio sia pressoché costante fino a una distanza considerevole dal Sole. In base a questa ipotesi, le Tabelle 37 e 38 ci consentono di determinare la legge di luminosità; infatti, la magnitudine limite delle stelle considerate corrisponde a una luminosità assoluta limite che diminuisce con il quadrato della distanza. Se nelle precedenti indagini

$f(r) dr$ è il numero di stelle tra i limiti di distanza r e $r + dr$ in un'area del cielo ω ,

m è la magnitudine limite del catalogo

$0^m.5$ è la magnitudine stellare del sole se riportata a una distanza di 1 parsec

allora il numero di stelle per parsec cubo con luminosità maggiore di questa è

$$\frac{f(r)}{\omega r^2}$$

Nella Tabella 39 sono riportate le leggi di luminosità derivate dai moti propri di Boss (solo per il tipo K) e dai moti propri di Carrington (per tutti i tipi). A causa della diversa luminosità delle stelle utilizzate, le due indagini si applicano principalmente a parti diverse della curva di luminosità.

Tabella 39

Numero di stelle in 4.2×10^6 unità di spazio uguale a una sfera di raggio 100 parsec

Stelle di Boss (solo tipo K)		Tipo A	
Luminosità (Sole=1)	Numero di stelle	Luminosità (Sole=1)	Numero di stelle
>500	10.8	>200	0
da 400 a 300	7.3	da 100 a 200	24
da 300 a 400	12.9	da 50 a 100	316
da 200 a 300	26.3	da 25 a 50	1190
da 150 a 200	25.0	da 10 a 25	3310
da 100 a 150	51.9	da 1 a 10	18360
da 50 a 100	130.0	da 0.1 a 1	70100
da 25 a 50	251.9		
da 10 a 25	500		
da 1 a 10	2700		
Totale più luminose del Sole	3725	Totale più luminose del Sole	23200

L'accordo non è particolarmente buono. Dovremmo aspettarci che i numeri per il solo tipo K siano considerevolmente inferiori a quelli di tutti i tipi presi insieme, cosicché per luminosità inferiori a 100 non vi sia alcuna discordanza degna di nota. Per le stelle di Carrington, il numero con luminosità superiore a 100 dipende dalle stelle distanti più di 900 parsec; poiché queste non rappresentano più del 2% del totale, è dubbio che la formula debba essere spinta così oltre. Inoltre, è possibile che a una distanza così grande si verifichi una reale diminuzione della densità di distribuzione delle stelle nello spazio.

È interessante notare che oltre il 95% delle stelle di Carrington (o del Bonn Durchmusterung) e quasi il 99% delle stelle più luminose di $5^m.8$ sono più luminose del Sole. Affinché una stella di luminosità pari a quella del Sole appaia luminosa come $10^m.3$ o $5^m.8$, deve essere distante rispettivamente meno di 91 o 11 parsec. Le percentuali indicate rappresentano le proporzioni al di fuori di questi limiti.

Adottando la legge di distribuzione delle distanze per le stelle fino a una magnitudine limite

$$f(r) = re^{-h^2 k^2 r^2}$$

possiamo studiare la legge della velocità nella direzione del flusso stellare. Questo è stato fatto da Dyson per i moti propri di Carrington. Egli ha trovato che il miglior accordo generale era dato dall'ipotesi ellissoidale di Schwarzschild piuttosto che dall'ipotesi delle due derive. Il rapporto tra i due assi dell'ellisse di velocità è risultato essere 0.60, in stretto accordo con le indagini su stelle molto più luminose con i metodi del Capitolo VII. L'ipotesi delle due derive non rappresenta affatto fedelmente i piccoli moti propri, sebbene l'esistenza di due massimi nella distribuzione osservata dei moti supporti l'ipotesi che vi sia una sorta di separazione tra le due correnti. La discordanza tra i piccoli moti propri forse non è sorprendente, poiché è proprio questo difetto che la terza deriva O è stata introdotta per correggere; ma è certamente merito dell'ipotesi ellissoidale che con così poche costanti si possa ottenere un buon accordo con i piccoli e i grandi moti simultaneamente.

I principali punti di distinzione tra l'ipotesi a due derive e quella ellissoidale sembrano essere:

- (1) L'asimmetria della distribuzione di velocità.
- (2) La dispersione della distribuzione.
- (3) L'esistenza (o meno) di due massimi.

Nel primo punto, il vantaggio è certamente a favore dell'ipotesi a due derive, e sembra altrettanto certo che l'ipotesi ellissoidale sia più adatta al secondo. Per quanto riguarda il (3), l'evidenza è piuttosto a favore delle due derive. A seconda dell'importanza relativa attribuita a questi tre criteri, prevarranno diverse opinioni sui meriti dei due metodi di approssimazione.

Un punto di grande importanza pratica deve essere preso in considerazione nelle indagini del tipo che abbiamo considerato (Sezione III). La distribuzione dei moti propri è generalmente alterata in modo apprezzabile dalla presenza di errori accidentali nelle osservazioni. Di solito l'errore probabile delle osservazioni è noto, e in questo caso possiamo, da una tabella del numero di moti propri osservati tra limiti dati, formare una tabella riveduta che fornisca il numero vero e correggere i valori osservati di $h(\eta)$ per gli effetti dell'errore accidentale noto. A meno che l'errore accidentale non sia elevato, la correzione da applicare a ciascun numero della tabella osservata è

$$- \left(\frac{1.046 \times \text{errore probabile}}{\text{intervallo tabellare}} \right) \times \text{seconda differenza tabellare}$$

La formula completa, applicabile a qualsiasi tipo di statistica, è:

$$v(m) = \exp \left(-\frac{1}{4h^2} \frac{d^2}{dm^2} \right) u(m)$$

dove $v(m)$ e $u(m)$ sono le funzioni di frequenza vera e osservata, e $0.477/h$ è l'errore probabile delle osservazioni di m .

Conclusioni generali

Le ricerche descritte in questo capitolo soffrono di tutte le imperfezioni intrinseche del lavoro pionieristico. I risultati numerici delle Sezioni I e II, a mio avviso, verrebbero modificati in modo significativo da una determinazione moderna delle parallassi medie di stelle di diverse magnitudini; quelli della Sezione III soffrono della scarsità di dati, di un intervallo di valori insufficiente e dell'assenza di un controllo efficace delle ipotesi principali. Tuttavia, non credo si possa dubitare che queste ricerche statistiche generali abbiano già fatto grandi progressi nella nostra conoscenza della distribuzione e della luminosità delle stelle. Se l'approssimazione non è ancora precisa, la nostra attuale vaga conoscenza è ben diversa dalla completa ignoranza da cui siamo partiti. Ma l'interesse principale di questo capitolo risiede nella speranza per il futuro.

È di particolare importanza notare che esistono due metodi completamente indipendenti per determinare la distribuzione in distanza delle stelle più luminose di una magnitudine limite, uno basato sui conteggi delle magnitudini e sui moti parallattici medi (Sezione I.)¹¹ e l'altro sulla distribuzione dei singoli moti propri (Sezione III.). Non c'è nulla in comune tra i dati utilizzati per questi due metodi; e l'uno costituisce un controllo completo dell'altro. Quando giungerà il momento in cui questo controllo sarà soddisfatto e i risultati ottenuti lungo una linea di indagine saranno in pieno accordo con quelli ottenuti lungo una linea indipendente, i risultati di questi metodi di ricerca saranno stati posti su una solida base. Nel frattempo, la conclusione che tale controllo sia possibile può essere considerata uno dei risultati più utili di queste discussioni preliminari.

¹¹Il metodo della Sezione I. porta, come abbiamo visto, ad una soluzione completa per la legge della luminosità e della densità. La distribuzione in distanza delle stelle più luminose di una magnitudine limite è facilmente derivata da queste,

11 La via Lattea, ammassi stellari e nebulose

All'inizio del capitolo precedente abbiamo sottolineato il fatto che le indagini statistiche si riferivano a un sistema siderale idealizzato, che conservava alcune delle proprietà più importanti dell'universo reale, ma trascurava molti dettagli della distribuzione. Se si è avuta l'impressione che la distribuzione sferoidale delle stelle con densità decrescente verso l'esterno sia un modello completo e sufficiente, uno sguardo alla Tavola I (*Frontespizio*), che è una fotografia della regione della Via Lattea nelle vicinanze del Sagittario, può servire a correggere questa impressione. Nella Via Lattea si riscontrano segni inequivocabili di raggruppamenti e irregolarità di densità su larga scala. Le grandi nubi stellari e le profonde fratture sono caratteristiche in netto contrasto con i fenomeni di distribuzione che abbiamo finora considerato, e nessuna elaborazione della teoria di un sistema discoidale o sferoidale sarà sufficiente a spiegarli. Ciò non influisce sulle nostre conclusioni sulla forma di quello che abbiamo chiamato sistema stellare interno; una concentrazione generale di stelle sul piano galattico si manifesta in modo del tutto indipendente dai grandi ammassi della Via Lattea stessa. Sarebbe certamente auspicabile, nel discutere problemi come quelli del capitolo precedente, ignorare, o almeno trattare separatamente, le parti del cielo attraversate dalla Via Lattea stessa, poiché il nostro sistema idealizzato risulta evidentemente inadeguato in questo caso.

Si ritiene quindi che esista, in primo luogo, un sistema stellare interno costituito da una distribuzione appiattita di stelle con densità più o meno uniforme al centro e decrescente verso l'esterno; e, in secondo luogo, una massa di nubi stellari, disposte attorno ad esso e nel suo piano, che costituiscono la Via Lattea (vedi Fig. 1). È al sistema interno che si collega la nostra conoscenza dei moti stellari e della luminosità. Se le nubi esterne siano in continuità con il sistema interno o isolate, è una questione attualmente senza risposta.

Di solito si considera il sistema al centro del quale si trova il Sole come il sistema principale, con gli ammassi della Via Lattea come una sorta di appannaggio. Una visione alternativa non fa tale distinzione, ma contempla un certo numero di nubi stellari sparse irregolarmente in un unico piano fondamentale, di cui il nostro sistema è una. Quest'ultima visione presenta alcuni vantaggi, soprattutto perché i due flussi stellari potrebbero essere spiegati dall'incontro e dall'attraversamento di due di queste nubi stellari. Per una naturale reazione alle visioni geocentriche del Medioevo, siamo contrari a collocare la Terra al centro dell'universo stellare, sebbene questa distinzione sia condivisa da migliaia di altri corpi celesti. Ma è dubbio che ci sia davvero una stretta somiglianza tra le aggregazioni della Via Lattea e quella che circonda il Sole. Non riconosciamo in esse la forma oblata appiattita nel piano fondamentale, che è una caratteristica così significativa della nube stellare solare. Sembrano avere un carattere più irregolare e per questo motivo preferiamo aderire a una teoria che le considera sussidiarie.

La grande massa delle stelle mostrate nelle fotografie della Via Lattea è molto debole. Non conosciamo i loro movimenti né i loro spettri, e anche oggi disponiamo di poche informazioni accurate sulla loro magnitudine e sul loro numero. È importante stabilire se alcune delle stelle luminose, visibili nella stessa regione di queste nubi stellari, siano effettivamente presenti nelle nubi o siano solo proiettate contro di esse. Le indagini su questo punto sono piuttosto contraddittorie; ma nel complesso sembra probabile che alcune stelle di sesta magnitudine siano effettivamente situate negli ammassi della Via Lattea. Certamente, a partire dalla nona

magnitudine abbiamo iniziato a penetrare nella galassia vera e propria, e la dodicesima o la tredicesima magnitudine ci porta direttamente nel cuore delle aggregazioni. Simon Newcomb¹ ha affrontato il problema confrontando la densità delle stelle luminose, dove lo sfondo della Via Lattea era rispettivamente luminoso e debole; ha scoperto che le stelle luminose erano più numerose dove lo sfondo era luminoso.

Tabella 40

Relazione tra le stelle luminose e la Via Lattea (Newcomb)

	Emisfero N. Magn. limite 6.3	Emisfero S. Magn. limite 7.0
Densità media delle stelle dell'intero emisfero	19.0	32.7
Densità delle stelle: regioni galattiche più scure	29.4	33.8
Densità delle stelle: regioni galattiche più brillanti	32.9	79.4

La densità delle stelle è data per 100 gradi quadrati: il valore maggiore nell'emisfero australe è dovuto al limite inferiore di magnitudine nel catalogo utilizzato.

La condensazione delle stelle nelle regioni più luminose è molto marcata; ma è necessaria una certa cautela nell'interpretazione di questo risultato. Non c'è dubbio che molte delle macchie scure nella Via Lattea siano dovute all'assorbimento di luce da parte di tratti di materia nebulosa. Per svolgere il loro lavoro di assorbimento, questi tratti devono trovarsi sul lato più vicino alle aggregazioni della Via Lattea. Poiché la Tabella 40 mostra che la densità delle stelle nelle regioni più scure è appena maggiore della media dell'emisfero, e quindi inferiore a quella di una zona appena fuori dalla Via Lattea, la materia oscura deve trovarsi almeno in parte all'interno del sistema interno oblato. Il risultato di Newcomb ci insegna quindi che alcune stelle di sesta e settima magnitudine si trovano dentro e oltre le nubi oscure; ma non è conclusivo che qualcuna di esse si trovi nelle aggregazioni luminose della Via Lattea. Per dimostrare quest'ultimo risultato dovremmo mostrare che la densità delle stelle nelle regioni luminose è maggiore di quanto si possa ragionevolmente attribuire alla forma oblata del sistema interno; le cifre suggeriscono che sia così, ma c'è spazio per i dubbi.

Una discussione simile sulle stelle più deboli è stata condotta da C. Easton², che ha considerato in particolare la parte della Via Lattea nel Cigno e nell'Aquila, dove si riscontra un'ampia gamma di intensità luminosa. Una selezione dei suoi risultati è riportata nella Tabella 41.

Tabella 41

Relazione tra le stelle e la Via Lattea (Easton)

	Argelander Durchmusterung (Mag. 0-10)	Fotografie di Wolf (Mag. 0 – 11)	Stelle campione W. Herschel (Mag. 0-14)
Densità stellare			
Zone più buie	23	72	406
Zone intermedie	33	134	4114
Zone più luminose	48	217	6920

¹Newcomb, *The Stars*, p. 269.

²Easton, *Proc. Amsterdam Acad. Sci.*, Vol. 8, No. 3 (1903); *Astr. Nach.*, Nos. 3270, 3803.

La densità è data per grado quadrato.

I numeri mostrano che, man mano che si procede verso stelle più deboli, una proporzione in rapido aumento è associata alle vere aggregazioni della Via Lattea e, quando si raggiunge la quattordicesima magnitudine, si scopre che una proporzione schiacciante appartiene a loro. Ma i risultati di Easton e quelli di Newcomb non sono del tutto concordanti. La superiorità relativa delle macchie luminose trovate da Easton per 10^m è appena maggiore di quella trovata da Newcomb per $6^m - 7^m$. In effetti, estrapolando i dati di Easton, dovremmo concludere che le stelle più luminose di 7^m non erano associate in modo evidente allo sfondo della Via Lattea. Se potessimo supporre che la regione del Cigno-Aquila sia più distante della media, la differenza tra i due risultati sarebbe spiegata; ma Easton ha fornito ragioni per ritenere che questa regione sia più vicina della media.

In tutti i casi discussi da Easton, la densità stellare delle macchie luminose è così notevolmente superiore alla densità appena al di fuori della Via Lattea che dobbiamo concludere che l'eccesso è in realtà dovuto alle nubi stellari. Questo metodo di analisi del problema è così semplice che sembra impossibile dubitare delle conclusioni. I risultati dovrebbero essere indipendenti da errori sistematici nei limiti dei conteggi, poiché le regioni chiare e scure sono adiacenti e irregolarmente mescolate. Se si nota una tendenza a rendere i conteggi meno completi nelle regioni ricche o dove lo sfondo è chiaro, ciò significa solo che la differenza è in realtà più accentuata di quanto mostrato nella tabella.

Se si stabilisce che le aggregazioni della Via Lattea includono un discreto numero di stelle che ci appaiono di nona magnitudine, è possibile farsi un'idea della loro distanza. Una stella di luminosità 10000 volte quella del Sole apparirebbe di nona magnitudine a una distanza di 5000 parsec. Questo può essere considerato il limite superiore per la distanza delle parti più vicine della Via Lattea. Se, seguendo Newcomb, ammettiamo la presenza di stelle di sesta magnitudine nelle aggregazioni, il limite si riduce a 1200 parsec. In ogni caso, i cosiddetti "buchi" nella Via Lattea (nebulose oscure) sembrerebbero trovarsi in alcuni casi entro quest'ultima distanza. Non c'è motivo di credere che tutte le parti della galassia siano alla stessa distanza, e alcune apparenze suggeriscono che possano esserci due o più rami uno dietro l'altro in alcune parti del cielo. La luminosità relativa delle diverse porzioni non fornisce alcun indizio sulla distanza; infatti la luminosità apparente (per unità di area angolare) di un ammasso di stelle è indipendente dalla sua distanza.³

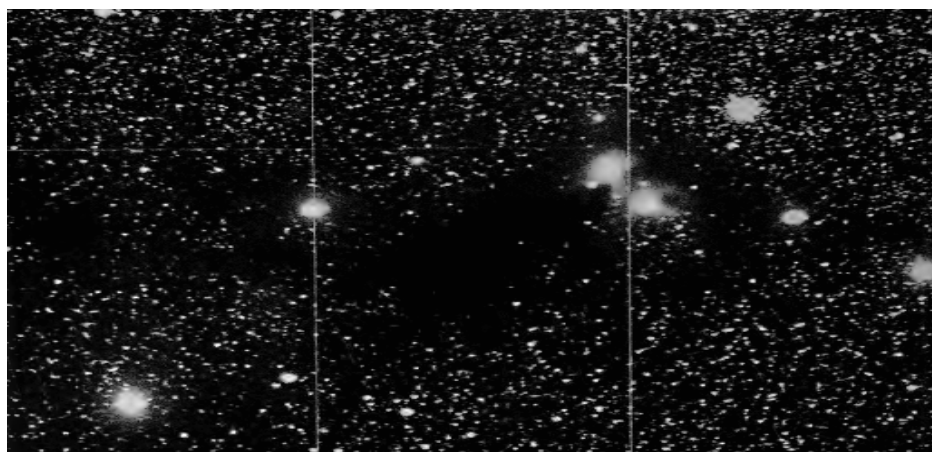


Tavola 2. - Zona di nebulosa scura nella Corona australe (Franklin Adam Chart)

Le differenze di intensità devono quindi essere dovute a una maggiore profondità nella linea visuale o a una maggiore concentrazione delle stelle. (Se si verifica un apprezzabile assorbimento

³La vicinanza potrebbe ridurre leggermente l'illuminazione di fondo, poiché una quantità maggiore di luce apparirebbe sotto forma di stelle distinte.

generale della luce nello spazio, questa affermazione dovrebbe essere modificata.) Inoltre, poiché è necessario supporre che l'intera struttura sia piuttosto irregolare, sarebbe molto rischioso supporre che l'ampiezza angolare delle diverse porzioni fornisca una misura della distanza.

È noto che le grandi nebulose irregolari si trovano principalmente nella Via Lattea, differendo in questo dalla grande maggioranza delle nebulose compatte. Nella classe delle "irregolari" includiamo non solo le macchie più intense, come la Nebulosa Omega, la Nebulosa Buco della Serratura e la Nebulosa Trifida, ecc., ma anche gli estesi sfondi nebulosi, come quelli fotografati da E. E. Barnard nel Toro, nello Scorpione e in altre costellazioni. Della stessa natura sono molti degli spazi oscuri della Via Lattea, dove la luce delle stelle retrostanti è interrotta da regioni nebulose che emettono poca o nessuna luce visibile. Questi spazi oscuri sono solitamente collegati a una nebulosità visibile diffusa, che spesso circonda e si condensa attorno a una o più stelle luminose. Un esempio eccellente si trova nella costellazione della Corona Australe (Tavola 2), dove si trova un'area scura contenente pochissime stelle, bordata in alcune parti da nebulosità visibile, che si condensa in cuspidi luminose attorno alle stelle luminose. Nessuno che esamini le fotografie può dubitare che l'oscurità sia causata dalla nebulosa il cui bordo è visibile. Gli osservatori visuali hanno affermato che la regione ha un aspetto plumbeo o leggermente colorato, come se una nube coprisse parte del campo.⁴ Un'altra regione curiosa si trova nel Sagittario, vicino all'ammasso Messier 22, dove grandi strisce curve sono, per così dire, sfumate tra le stelle fittamente sparse. L'impressione è irresistibile che l'effetto sia prodotto dall'assorbimento della nebulosità. Le regioni obliterate assumono spesso la forma di strette corsie con una nebulosa a un'estremità; un esempio apprezzato è la nebulosa di Max Wolf nel Cigno. La tendenza generale della nebulosa gassosa a spazzare via uno spazio tra le stelle fu sottolineata da Sir W. Herschel⁵ ed è da tempo un fenomeno riconosciuto. Non si deve dare per scontato che tutte le fenditure della Via Lattea possano essere spiegate in questo modo, soprattutto quelle regioni che sono deboli solo per contrasto con le dense nubi stellari e non sono più scure del cielo normale. Ma ci sono abbondanti prove che il materiale assorbente crei molte delle curiose marcature che appaiono.

Queste nebulose irregolari (sia luminose che oscure) si trovano quasi esclusivamente nella Via Lattea. Ciò potrebbe essere dovuto alla forma generalmente oblata del sistema stellare o a una reale associazione della nebulosa con le agglomerazioni galattiche delle nubi stellari. Quest'ultima spiegazione è generalmente accettata e appare la più probabile. Dalle fotografie si può ricavare qualche informazione sull'esistenza di un'associazione strutturale tra la nebulosità e le aggregazioni stellari; senza dubbio l'impressione generale è che le due siano strettamente correlate, ma è difficile trovare prove definitive. Non possiamo imparare molto dalle fenditure oscure, poiché potrebbero essere attribuite a materiale che assorbe sia la luce stellare che quella nebulosa; sebbene possa essere significativo che si presentino soprattutto nelle nubi stellari più brillanti. In alcuni casi, come ad esempio in Orione e nella Corona Australe, sappiamo che le stelle sono effettivamente associate alla nebulosa e al suo interno; ma non è certo che appartengano alla Via Lattea. Considerata la loro grande luminosità, questa è un'ipotesi audace.

Oltre alla nebulosa irregolare, molte altre classi di oggetti sembrano fortemente condensate verso la Via Lattea. Quanto ciò rifletta la forma schiacciata del sistema stellare e quanto sia una reale associazione con le formazioni della Via Lattea è oggetto di dubbio.

Nella Tabella 42 riportiamo un elenco (dovuto a E. Hertzsprung⁶) degli oggetti celesti più sorprendentemente concentrati, insieme al polo del loro piano di maggiore concentrazione. La quasi concordanza con il polo galattico è davvero notevole.

Tabella 42

⁴Knox Shaw, *The Observatory*, Vol. 37, p. 101.

⁵W. Herschel, *Collected Papers*, Vol. 1, p. 164.

⁶Hertzsprung *Astr. Nach.*, No. 4692.

Oggetti mostrandti concentrazione galattica (Hertzsprung)

Classe	Polo del piano di concentrazione		N° di oggetti
	A. R.	Dec.	
Stelle Elio (Oe5-B9)	182°.1	+27°.9	1402
Stelle di tipo N	194°.2	+27°.4	228
Stelle Wolf-Rayet (Oa-Oe)	190°.7	+26°.9	87
Variabili eclissanti	188°.2	+25°.8	150
Variabili Cefeidi	195°.9	+26°.8	60
Stelle <i>c</i> e <i>ac</i>	189°.1	+26°.3	98
Nebulose gassose	192°.7	+28°.1	130
Polo galattico (Pickering)	190°.0	+28°.0	—

Tra questi corpi, le stelle di Wolf-Rayet presentano la concentrazione più notevole. Dei 91 oggetti noti di questo tipo, 70 si trovano effettivamente entro i confini della Via Lattea, e tutti i restanti 21 si trovano nelle Nubi di Magellano⁷. Escludendo queste ultime, la distanza media dal cerchio galattico centrale è di soli 2°.6. È forse significativo che la grande Nebulosa di Andromeda mostri uno spettro in cui si ritiene siano presenti le principali linee di Wolf-Rayet.

A prima vista, le Nubi di Magellano sembrerebbero essere porzioni isolate degli ammassi della Via Lattea. Possiedono, tuttavia, alcune caratteristiche distintive; e la loro elevata latitudine galattica non favorisce l'ipotesi di una stretta associazione. Nella Nube Maggiore (Tavola 3) si trova un gran numero di nodi nebulosi, generalmente descritti come nebulose a spirale (cioè non gassose). Se questa fosse davvero la loro natura, ciò costituirebbe una notevole distinzione tra le nebulose e la Via Lattea, poiché le nebulose a spirale evitano quest'ultima. Ma secondo A. R. Hinks, la presunta nebulosa delle Nubi di Magellano è diversa da qualsiasi altra nebulosa presente altrove e non ha alcuna somiglianza con la vera nebulosa a spirale. Molte delle principali nebulose nella Nube sono indubbiamente gassose.

Con un ingegnoso ragionamento, E. Hertzsprung⁸ è giunto a una stima della distanza della Piccola Nube di Magellano, che merita un certo grado di attendibilità. Essa dipende dall'esistenza di un gran numero di variabili del tipo δ Cefeide in quella Nube. Ora, vi è motivo di credere che la magnitudine assoluta di una variabile Cefeide di un dato periodo sia una quantità abbastanza definita; che, in effetti, possa essere prevista dal periodo con un'incertezza media di solo un quarto di magnitudine. Ciò è stato mostrato dalla signorina Leavitt⁹, che ha discusso le variabili nella Nube Minore. Poiché queste devono trovarsi pressoché alla stessa distanza dal Sole, le loro magnitudini apparenti differiranno da quelle assolute di una costante. Scopri che la magnitudine e il logaritmo del periodo erano collegati da una relazione lineare e che la deviazione media di qualsiasi individuo dalla formula generale era di $\pm 0^m.27$. Ora la distanza media delle variabili Cefeidi più luminose può essere calcolata dal moto parallattico nel modo consueto. È quindi sufficiente moltiplicare per il fattore corrispondente alla differenza di magnitudine tra queste e le variabili di Magellano e tenere conto della differenza di periodo, se presente, per ottenere la distanza di queste ultime. In questo modo, la distanza della Piccola Nube di Magellano risulta essere di 10000 parsec, la distanza massima che abbiamo avuto modo di menzionare finora.

Lasciando da parte le aggregazioni stellari su larga scala, dobbiamo fare un breve accenno agli ammassi stellari propriamente detti. Non sembra esserci motivo di dubitare che questi siano della stessa natura degli ammassi mobili discussi nel Capitolo IV. In particolare, la corrente del Toro può essere considerata tipica degli ammassi globulari, sebbene non sia uno degli esemplari più ricchi della classe.

⁷Harv. Ann., Vol. 56, No. 6; Newcomb, The Cun p. 256.

⁸Hertzsprung, *Astr. Nach.*, No. 4600. Si veda anche 'Contributions to Stellar Statistics, No. 1' (Carnegie Inst. Pub., No. 10.)

⁹Leavitt, *Harvard Cretan*: No. 173.

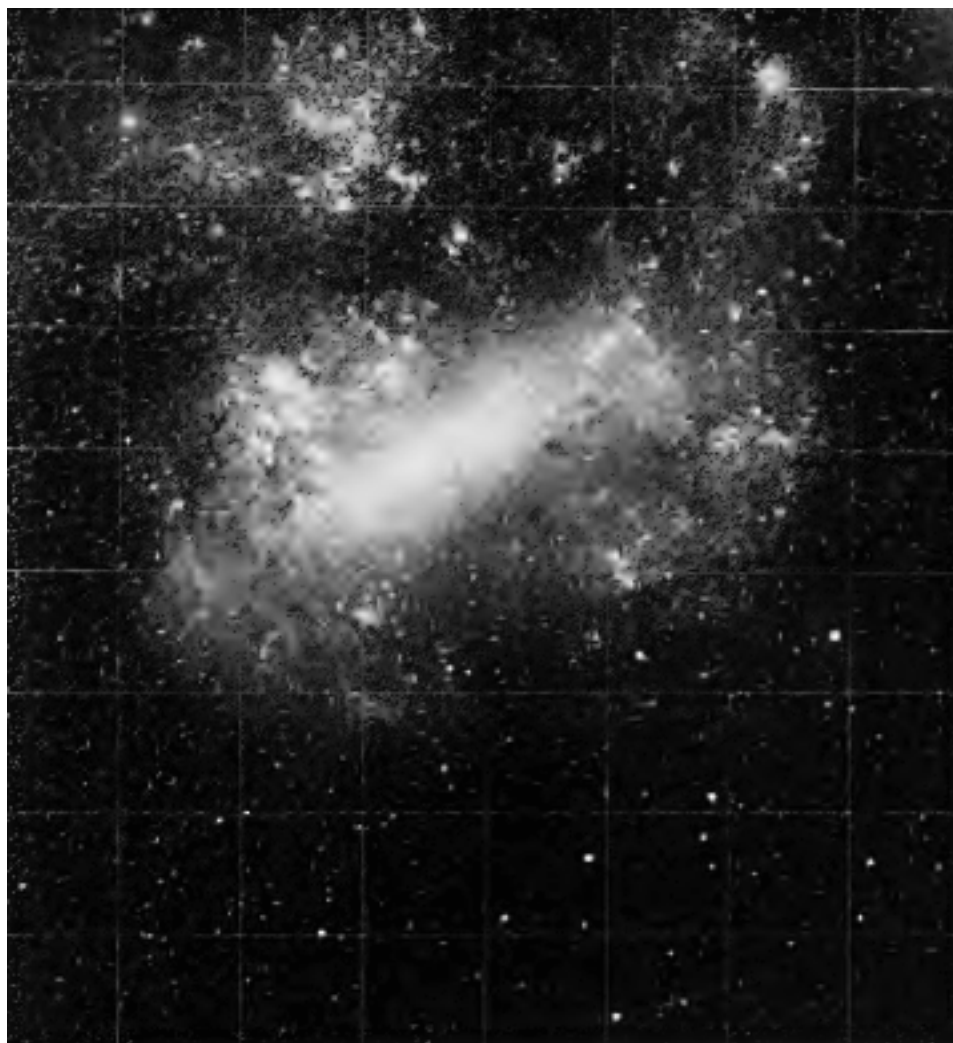


Tavola 3. - La Grande Nube di Magellano.

La distribuzione di questi ammassi globulari nel cielo è davvero notevole; si trovano quasi esclusivamente in un emisfero del cielo, il cui polo si trova nel piano galattico a 300° di longitudine galattica. Questo risultato (tratto dalla discussione di A. R. Hinks¹⁰) è chiaramente di grande importanza; ma al momento non sembra possibile tentare alcuna spiegazione.

Le caratteristiche principali, dal nostro punto di vista, delle nebulose planetarie sono la loro stretta condensazione con la Via Lattea e le elevate velocità radiali di quelle misurate. Anche in questo caso non possiamo fare altro che enunciare i fatti. Non sono a conoscenza di misure affidabili dei moti propri delle nebulose planetarie, e le loro dimensioni e distanza sono di conseguenza oggetto di estrema incertezza; ma la loro marcata tendenza a giacere nel piano della Via Lattea indica che devono essere collocate da qualche parte all'interno del nostro sistema stellare.

Nella Tavola 4 è mostrata la Nebulosa Vortice nei Canes Venatici, un bell'esempio di nebulosa a spirale, tra gli oggetti più belli del cielo. Si ritiene generalmente che le spirali predominino enormemente sulle altre classi di nebulose; e poiché il numero totale di nebulose sufficientemente luminose da essere fotografate è stato stimato da E.K. A. Fath a 160000, esse devono formare una classe di oggetti molto numerosa. Sono visibili da qualsiasi inclinazione: alcune, come la Nebulosa Vortice, sono completamente frontali, mentre altre ci appaiono di taglio e poco più di una sottile linea. Un esempio di quest'ultimo tipo è illustrato anche nella Tavola IV. In tutti i casi, dove è possibile distinguere i dettagli, la spirale appare a doppia ramificazione, con

¹⁰Hinks, *Monthly Notices*, Vol. 71, p. 697.

i due bracci che partono dal nucleo in punti opposti e si avvolgono nello stesso senso. Dalle ricerche di E. v. d. Pahlen¹¹ sembra che la forma standard sia una spirale logaritmica. I bracci, tuttavia, presentano spesso irregolarità e si verificano numerosi nodi e variazioni di luminosità. A differenza della nebulosa planetaria e di quella estesa, lo spettro mostra un forte sfondo continuo; si ritiene che siano presenti linee e bande luminose, almeno nella Grande Nebulosa di Andromeda; ma sono del tipo di quelle che si trovano in alcune delle stelle di tipo primordiale e sono distinte dalle linee di emissione della nebulosa gassosa.

La distribuzione delle nebulose a spirale presenta una caratteristica piuttosto unica: evitano le regioni galattiche e predominano nelle vicinanze dei poli galattici. Il polo nord galattico sembra essere una regione più favorita rispetto a quello sud. Questa tendenza a evitare la Via Lattea non è assoluta, ma rappresenta una tendenza molto forte.

Prima che lo spettroscopio ci consentisse di distinguere tra diversi tipi di nebulose, quando tutte le classi erano considerate ammassi stellari irrisolti, era opinione diffusa che queste nebulose fossero "universi insulari", separati dal nostro sistema stellare da un vasto spazio vuoto. È ormai noto che le nebulose gassose irregolari, come quella di Orione, sono intimamente collegate alle stelle e appartengono al nostro sistema; ma l'ipotesi è stata recentemente ripresa per quanto riguarda le nebulose a spirale. Sebbene lo stesso termine "nebulosa" venga usato per indicare le tre classi – irregolare, planetaria e a spirale – non dobbiamo lasciarci ingannare dal supporre che vi sia una stretta relazione tra questi oggetti. Tutte le evidenze indicano un'ampia distinzione tra loro. Non abbiamo motivo di credere che gli argomenti che ci convincono che le nebulose irregolari e planetarie siano all'interno del sistema stellare si applichino anche alle spirali.

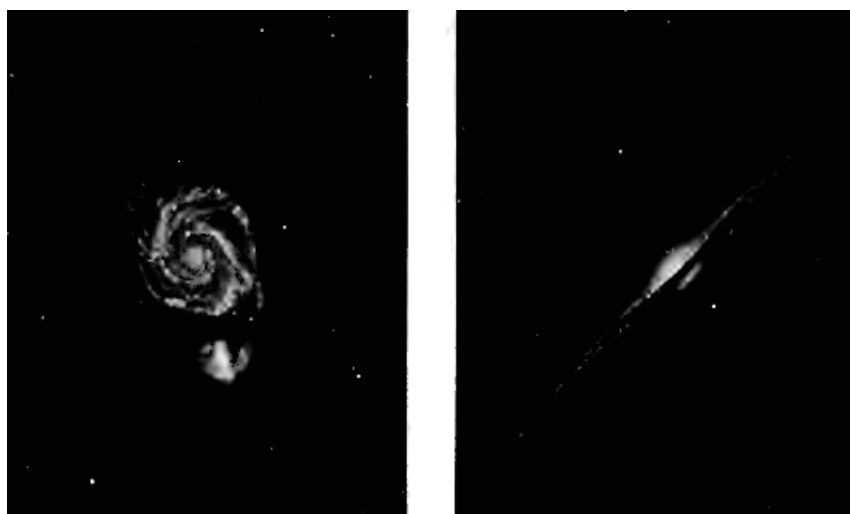


Tavola 4. - Sx: - Nube Canes Venatici N.G.C. 5194.5; Dx: - Nube Chioma di Berenice H. V. 24

Bisogna ammettere che mancano completamente prove dirette per stabilire se questi corpi si trovino all'interno o all'esterno del sistema stellare. La loro distribuzione, così diversa da quella di tutti gli altri oggetti, può essere considerata una prova del fatto che non hanno unità con il resto; ma ci sono altri corpi, ad esempio le stelle di tipo M, che rimangono indifferenti all'influenza galattica. In effetti, il semplice fatto che le nebulose a spirale evitino la galassia potrebbe indicare che ne siano influenzate. Un'altra teoria è che, trovandosi completamente al di fuori del nostro sistema, quelle che si trovano a basse latitudini galattiche siano oscurate da grandi distese di materia assorbente, simili a quelle che formano gli spazi oscuri della Via Lattea.

Se le nebulose a spirale si trovano all'interno del sistema stellare, non abbiamo idea di quale possa essere la loro natura. Questa ipotesi porta a un punto morto. È vero che secondo una

¹¹Pahlen, *Astr. Nach.*, No. 4503.

teoria il sistema solare si è evoluto da una nebulosa a spirale, ma il termine è qui usato solo per una remota analogia con oggetti come quelli raffigurati nella Tavola. Le spirali a cui ci riferiamo sono, in ogni caso, troppo vaste per dare origine a un sistema solare, né potrebbero nascere dall'avvicinamento dirompente di due stelle; dobbiamo almeno attribuirle la capacità di generare un ammasso stellare.

Se, tuttavia, si presume che queste nebulose siano esterne al sistema stellare, e che siano in realtà sistemi coeguali al nostro, abbiamo almeno un'ipotesi che può essere seguita e che può gettare luce sui problemi che ci sono stati presentati. Per questo motivo, la teoria dell'"universo isola" è di gran lunga preferibile come ipotesi di lavoro; e le sue conseguenze sono così utili da suggerire una certa probabilità della sua veridicità.

Se ogni nebulosa a spirale è un sistema stellare, ne consegue che il nostro sistema è una nebulosa a spirale. Il sistema stellare interno, oblato, può essere identificato con il nucleo della nebulosa, e le nubi stellari della Via Lattea ne formano i bracci a spirale. C'è una nebulosa vista di taglio (Tavola IV) che costituisce un eccellente modello del nostro sistema, poiché la forma oblata della porzione centrale è ben evidenziata. Dalla distribuzione delle stelle di Wolf-Rayet e delle variabili Cefeidi, che si ritiene appartengano alle parti più distanti del sistema, deduciamo che le spirali esterne del nostro sistema siano strettamente confinate al piano galattico; nella nebulosa, queste parti esterne sono visibili in sezione come una stretta striscia rettilinea. La fotografia mostra anche un notevole assorbimento della luce del nucleo oblato, dove è attraversato dai bracci a spirale. Abbiamo visto che la Via Lattea contiene macchie scure di materia assorbente, che darebbero esattamente questo effetto. Inoltre, indipendentemente dalla teoria attuale, è stata sostenuta una forma a spirale della Via Lattea. Probabilmente esiste più di un modo per rappresentarne la struttura mediante una spirale a doppio braccio; ma come esempio si può prendere la discussione di C. Easton¹², che fornisce una spiegazione molto dettagliata di questo aspetto. Il suo schema è in disaccordo con la nostra ipotesi per un aspetto, poiché ha collocato il Sole ben al di fuori del nucleo centrale, situato secondo la sua visione nella ricca regione galattica del Cigno.

I due bracci della spirale hanno un significato interessante per noi in relazione ai moti stellari. La forma dei bracci – una spirale logaritmica – non ha ancora fornito alcun indizio sulla dinamica delle nebulose a spirale. Ma sebbene non ne comprendiamo la causa, vediamo che esiste una legge diffusa che costringe la materia a fluire in queste forme.

È anche chiaro che o la materia fluisce nel nucleo dai rami a spirale o fluisce dal nucleo verso i rami. Al momento non ci interessa in quale direzione stia procedendo l'evoluzione. In entrambi i casi abbiamo correnti di materia in direzioni opposte nei punti in cui i bracci si fondono nell'aggregazione centrale. Queste correnti devono continuare attraverso il centro, poiché, come verrà mostrato nel prossimo capitolo, le stelle non interferiscono tra loro nei rispettivi percorsi. Qui abbiamo quindi una spiegazione della prevalenza dei moti avanti e indietro lungo una particolare linea retta; è la linea da cui partono i rami della spirale. Le due correnti stellari e le spirali a doppio ramo hanno origine dalla stessa causa.

¹²Easton, *Astrophysical Journal*, Vol. 37, p. 100.

12 DINAMICA DEL SISTEMA STELLARE

Durante il periodo in cui le stelle sono state osservate, il loro moto è stato sensibilmente rettilineo e uniforme. Una riserva va fatta nel caso delle stelle binarie, in cui le componenti ruotano l'una attorno all'altra; ma dal punto di vista attuale, coppie o sistemi multipli di questo tipo contano solo come individui singoli. A parte questa eccezione, non abbiamo prove dirette che una stella influenzi il moto di un'altra; tuttavia, non possiamo dubitare che, nel vasto periodo di tempo durante il quale l'universo stellare si è sviluppato, le forze di gravitazione debbano aver giocato un ruolo nel plasmare i moti che oggi esistono. Potrebbe non essere prematuro considerare gli aspetti dinamici di alcune delle scoperte degli ultimi anni.

L'azione di una stella su un'altra, anche alla minima distanza stellare normale, è estremamente piccola. L'attrazione del Sole su una stella α Centauri le conferisce nel corso di un anno una velocità di un centimetro all'ora. A questa velocità, ci vorrebbero 380.000.000 di anni per trasmettere una velocità di un chilometro al secondo. Il periodo non è così eccessivo, rispetto a quella che crediamo essere la vita di una stella, da indurci a disprezzare una tale forza. Ma le due stelle non rimarranno vicine per più di una piccola frazione di quel tempo. Sebbene α Centauri si stia attualmente avvicinando, presto inizierà una separazione; tra 150.000 anni la distanza sarà raddoppiata; e prima che la velocità trasmessa raggiunga più di una frazione di metro al secondo, la stella si sarà ritirata fuori dalla portata dell'attrazione del Sole.

IL caso è diverso se consideriamo l'attrazione generale dell'intero sistema stellare sui suoi membri. Non solo l'entità della forza è leggermente maggiore, ma il tempo attraverso il quale i suoi effetti si accumulano è molto più lungo rispetto al caso di una stella che agisce su una vicina temporanea. Questa attrazione generale è più che sufficiente a produrre effetti significativi sui moti stellari.

Il campo di forza in cui si muove una stella è dovuto a un gran numero di centri puntiformi: le stelle. La distribuzione della materia attrattiva è discontinua. Dividiamo quindi la forza in due parti: (1) l'attrazione in un mezzo continuo ideale avente la stessa densità media e le stesse variazioni di densità su larga scala del sistema stellare, e (2) la forza dovuta alla disposizione accidentale delle stelle nelle immediate vicinanze. La stessa distinzione si verifica nella teoria ordinaria delle attrazioni per i punti all'interno della materia gravitante. Chiamiamo la prima parte attrazione generale o centrale del sistema; il termine centrale è forse impreciso, poiché non esiste un vero centro di attrazione a meno che il sistema non abbia simmetria sferica. La seconda parte è di carattere accidentale e agirà in direzioni diverse in momenti diversi; ma non per questo deve essere ignorata senza considerazione.

Le stelle sono state spesso paragonate alle molecole di un gas; ed è stato proposto di applicare la teoria dei gas al sistema stellare¹. La caratteristica essenziale della dinamica dei gas è il ruolo preminente svolto dalle collisioni delle molecole. Ora, è chiaro che le collisioni tra stelle, se mai si verificano, devono essere estremamente rare; e l'effetto non sarebbe certamente l'innocuo rimbalzo contemplato dalla teoria dei gas. È tuttavia risaputo che la modalità precisa di interazione durante l'incontro ha poca importanza e tutto ciò che è richiesto nella teoria è uno scambio di quantità di moto che avviene tra due individui lungo la loro linea di centri. In questo senso generalizzato, gli incontri avvengono continuamente; il passaggio di una stella davanti a un'altra

¹Cf. Poincaré, *Hypotheses Cosmogoniques*, p. 257.

comporta sempre uno scambio di quantità di moto. Resta da esaminare se questo continuo trasferimento possa svolgere nella teoria stellare lo stesso ruolo delle brusche variazioni di quantità di moto nella teoria dei gas.

Sul lungo termine si otterrà lo stesso effetto. Lo stato ultimo di un sistema di stelle gravitanti sarà lo stesso di quello di un gas. La legge ultima delle velocità sarà la stessa di una massa di gas monoatomico non radiante sotto la sua stessa attrazione; e inoltre ci sarà equipartizione dell'energia tra le stelle di massa diversa, proprio come se fossero atomi di peso diverso. Potremmo anche spingerci oltre e guardare a uno stato ancora più "definitivo", in cui le stelle doppie si comportassero come molecole biatomiche. Ma è superfluo approfondire queste deduzioni, poiché non hanno alcun riferimento allo stato attuale dell'universo stellare, né a un futuro abbastanza vicino da interessarci.

Nel Capitolo IV si è visto che l'esistenza degli Ammassi Mobili dimostra chiaramente che gli incontri non hanno ancora avuto alcun effetto apprezzabile sui moti delle stelle. Prendendo, ad esempio, l'Ammasso del Toro, abbiamo visto che occupa una sfera di circa 5 parsec di raggio, che normalmente conterrebbe 30 stelle. Poiché non si può supporre che sia stata tracciata una traiettoria specifica per il passaggio dell'ammasso, le stelle che occuperebbero naturalmente lo spazio devono essere lì, permeando l'ammasso senza appartenergli. Nella misura in cui hanno un qualche effetto, le attrazioni di questi intrusi devono tendere a frammentare e dissipare l'ammasso, distruggendo il parallelismo dei moti. Poiché non si è verificata alcuna frammentazione, si può dedurre che gli incontri casuali non abbiano avuto alcun effetto apprezzabile sulle velocità stellari fino ad oggi. Molte delle stelle dell'ammasso del Toro sono in una fase di sviluppo maturo, quindi questa inferenza può essere applicata correttamente alla massa generale delle stelle.

Una considerazione di questa questione dal punto di vista teorico è in pieno accordo con questa conclusione. Iniziamo considerando l'entità numerica della deviazione prodotta da un incontro in date circostanze.

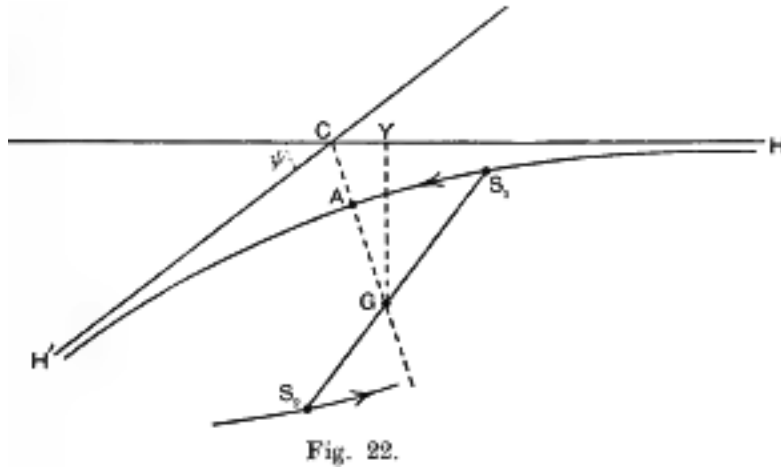


Fig. 22.

Siano S_1S_2 (Fig. 22) due stelle di massa m_1 e m_2 , e G il loro centro di gravità comune.

Poiché

$$GS_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot S_2S_1$$

possiamo sostituire la stella S_2 , considerando la sua attrazione su S_1 , con una stella di massa

$$m_2 \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 \text{ in } G$$

Considerando G a riposo, lasciamo che la stella S_1 si muova lungo il percorso iperbolico HAH' partendo da una velocità iniziale V . Siano CH , CH' gli asintoti dell'iperbole.

Tracciamo GY perpendicolare a CH ; allora GY è uguale all'asse trasverso b dell'iperbole.

La solita equazione $h^2 = \mu l$ fornisce in questo caso

$$(V \cdot GY)^2 \mu \frac{b^2}{a}$$

Pertanto

$$a = \frac{\mu}{V^2}$$

La deflessione $\psi = 180^\circ - HCH'$ è data da

$$\tan \frac{1}{2}\psi = \frac{a}{b} = \frac{\mu}{bV^2}$$

ora, poiché ψ è sempre un angolo piccolo,

$$\psi = \frac{2\mu}{bV^2}$$

La velocità trasversale impartita dall'incontro è

$$V\psi = \frac{2\mu}{bV}$$

Se U è la velocità relativa iniziale delle due stelle, σ è la distanza di massimo avvicinamento calcolata come se non si verificasse alcuna deflessione,

$$V = \frac{m_2}{m_1+m_2}U$$

$$b = \frac{m_2}{m_1+m_2}\sigma$$

Quindi

$$\mu = \gamma m_2 \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right)^2$$

dove γ è la costante gravitazionale.

Pertanto la velocità trasversale impartita è

$$\frac{2\gamma m_2}{U\sigma}$$

Si noti che questa espressione non include m_1 , cosicché la tendenza all'equipartizione dell'energia non è indicata nella formula. L'equipartizione sembra essere un effetto di terzo ordine dipendente da ψ^2 , che è stato trascurato nell'analisi precedente.

Stretti avvicinamenti che producono una deflessione ψ apprezzabile sono estremamente rari. Evidentemente la probabilità che un tale evento accada può essere calcolata quando si conosce la densità della distribuzione stellare. È della massima importanza determinare quale sia l'effetto cumulativo del gran numero di incontri infinitesimali sperimentati da una stella nel corso di un lungo periodo di tempo. La seguente discussione si basa su uno studio di J. H. Jeans².

Possiamo stabilire due limiti, σ_0 e σ_1 . Il primo è il limite superiore di distanza per incontri ravvicinati che producono deviazioni considerevoli; questi saranno trattati come eventi eccezionali da studiare separatamente. Il secondo è un limite arbitrario oltre il quale gli avvicinamenti non saranno considerati come un incontro.

Sia ν il numero di stelle per unità di volume.

Il libero cammino medio (come definito da Maxwell) è

$$\frac{1}{\sqrt{2}\pi\nu\sigma_1^2}$$

²Jeans, *Monthly Notices*, Vol. 74, p. 109.

Pertanto in un percorso di lunghezza L il numero totale di incontri attesi è

$$N = 2^{\frac{1}{2}} \pi \nu \sigma_1^2 L$$

La velocità trasversale impartita in ogni incontro è stata mostrata essere

$$\frac{2\gamma m_2}{U\sigma}$$

Il valore medio della velocità relativa U è leggermente maggiore della velocità v della stella S_1 rispetto al sistema stellare, poiché le collisioni si verificano più frequentemente con le stelle che incontrano S_1 .

Il valore medio di $1/\sigma$

$$= \int_0^{\sigma_1} \frac{1}{\sigma} 2\pi\sigma d\sigma \div \int_0^{\sigma_1} 2\pi\sigma d\sigma$$

Poiché ogni incontro avviene in una direzione casuale, i singoli contributi della velocità trasversale devono essere composti secondo la teoria degli errori. Pertanto, la probabile risultante di incontri N è proporzionale a $\sqrt{N}$; e, in generale, il quadrato della risultante probabile sarà la somma dei quadrati delle singole deflessioni. Allora, nel calcolare la media di diversi tipi di incontri, dovremmo usare i valori quadratici medi.

Il valore quadratico medio di $1/\sigma$ è leggermente maggiore di $\frac{2}{\sigma_1}$.³ Possiamo convenientemente considerare questo eccesso come approssimativamente cancellante l'eccesso di U su v e scrivere la velocità trasversale risultante dopo che N incontri

$$= \frac{4\gamma m}{v\sigma_1} \sqrt{N}$$

e la deflessione risultante (in radianti)

$$= \frac{4\gamma m \sqrt{N}}{\sigma_1 v^2}$$

Sostituendo il valore di N , la deflessione diviene

$$\frac{4\gamma m}{v^2} \times \sqrt{2\pi\nu L}$$

I seguenti risultati numerici sono dedotti da Jeans, partendo dal presupposto che la densità della distribuzione stellare sia uguale a una stella per una sfera di raggio un parsec e che la massa

³Poiché il valore quadratico medio sembra a prima vista infinito, potrebbe essere necessaria un'ulteriore spiegazione. Il rapporto tra il valore quadratico medio di $1/\sigma$ e la media semplice è

$$\left\{ \int_0^{\sigma_1} 2\pi\sigma d\sigma \cdot \frac{1}{\sigma^2} \div \pi\sigma_1^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \div \left\{ \int_0^{\sigma_1} 2\pi\sigma d\sigma \cdot \frac{1}{\sigma} \div \pi\sigma_1^2 \right\} = \left\{ \frac{1}{2} [\log \sigma]_0^{\sigma_1} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

che è analiticamente infinito.

Se, tuttavia, riserviamo gli incontri ravvicinati per una considerazione separata, possiamo porre σ_0 invece di 0 come limite inferiore. Per una deviazione di 2° , σ_0 sarà circa 500 unità astronomiche. σ_1 non deve certamente essere assunto superiore a 500.000.000 di unità astronomiche, poiché un incontro a quella distanza durerebbe un tempo indefinito. Con questi valori

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2} \log \frac{\sigma_1}{\sigma_0} \right)} = 2.6$$

Pertanto il valore quadratico medio non è superiore a 2.6 volte la media semplice, fatte salve le deviazioni improvvise superiori a 2° .

media di una stella sia cinque volte quella del sistema solare. Questa densità è leggermente maggiore di quella che abbiamo ritenuto probabile e, di conseguenza, i risultati potrebbero esagerare un po' il disturbo dovuto agli incontri.

Jeans trova che per una stella media ci si può aspettare una deviazione di 1° dopo 3200 milioni di anni. Oltre a questo, c'è una piccola "aspettativa" di deflessione dovuta a incontri violenti. Da tale causa ci si potrebbe aspettare una deviazione di 2° o più una volta in un periodo di 8×10^{11} anni. Il significato di queste cifre può essere illustrato da un esempio concreto. Considerando un ammasso in movimento, le cui stelle hanno tutte velocità uguali e parallele di 40 km/s , si consideri che una stella continui a far parte della corrente principale finché la sua direzione di moto non diverge di più di 2° . Dopo 100 milioni di anni, solo 1 su 8000 dei componenti iniziali andrà perduto a causa di scontri violenti, e i rimanenti formeranno angoli con la corrente principale di soli $10'$. Dopo 3200 milioni di anni la perdita sarà di 1 su 250 e l'angolo medio dei restanti sarà di 1° . Dopo 80000 milioni di anni un decimo dei componenti iniziali è stato perso a causa di scontri violenti, ma l'angolo medio dei restanti è di 5° . La dissoluzione definitiva avviene quindi principalmente per dispersione graduale e non per scontri violenti. Non bisogna trascurare il fatto che un ammasso possiede una certa coesione propria, che può resistere alla minima forza di dispersione a cui è soggetto. L'ammasso è un luogo in cui le stelle sono raggruppate più densamente rispetto al resto dello spazio e una forza gravitazionale viene esercitata su quelle che tendono ad allontanarsi da esso. Poiché non possiamo nemmeno stimare approssimativamente il numero totale di stelle in nessuno degli ammassi, non è possibile determinare l'entità di questa forza; ma un semplice calcolo mostrerà che deve svolgere un ruolo nel mantenere unito l'ammasso. Considerando la corrente del Toro di Boss, che si muove alla velocità di 40 km/s , è stato affermato che ci si può aspettare una deviazione di 1° dopo 3200 milioni di anni, che equivale a $1'$ dopo un milione di anni. Questa deflessione equivale a una velocità trasversale di 0.012 parsec per milione di anni. È facile dimostrare che il probabile spostamento trasversale dopo N milioni di anni sarà di $\frac{0.012 \times N^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{3}}$ parsec. Allo stato attuale, le stelle di questo ammasso si sono allontanate dalla posizione media di circa 8 parsec. Il valore corrispondente di N è 57. Questo calcolo dà 57 milioni di anni come limite superiore dell'età dell'ammasso del Toro, supponendo che la sua attuale estensione sia interamente dovuta a incontri. Il risultato dipende dal valore piuttosto elevato della densità stellare utilizzata da Jeans, ma con una densità molto inferiore il periodo risulta comunque irragionevolmente breve. È chiaro quindi che l'effetto dissolvibile degli incontri è stato ampiamente contrastato, e presumibilmente la circostanza opposta è la reciproca gravitazione dei componenti dell'ammasso.

Questa considerazione non inficia la validità della nostra precedente argomentazione. La coesione dell'ammasso è importante solo perché le forze di dissoluzione sono estremamente ridotte. Il calcolo di Jeans si applica direttamente a una stella indipendente e dimostra che può proseguire il suo percorso praticamente indisturbata; mentre l'evidenza osservativa dimostra che l'effetto degli incontri è così piccolo che persino la minima attrazione in un ammasso in movimento è sufficiente a contrastarlo. Le prove, osservative e teoriche, sembrano così conclusive che non esitiamo ad accettarle come base della dinamica stellare. L'apparente analogia con la teoria cinetica dei gas viene completamente respinta e si assume come principio fondamentale *che le stelle descrivano traiettorie sotto l'attrazione generale del sistema stellare senza interferire tra loro.*

Cerchiamo ora di stimare l'ordine di grandezza dell'attrazione generale, ovvero il tempo necessario a una stella per descrivere la sua orbita. Se il sistema stellare non è a simmetria sferica, le orbite non saranno in generale percorsi chiusi. Ma per le nostre stime non abbiamo bisogno di una definizione precisa del tempo periodico; vogliamo sapere approssimativamente quanto tempo impiega una stella a passare da un lato all'altro del sistema siderale e tornare indietro. All'interno di una sfera di densità uniforme tutte le stelle descriverebbero orbite ellittiche attorno al centro in modo isocrono, qualunque siano le condizioni iniziali. Il periodo dipende solo

dalla densità ed è indipendente dalle dimensioni della sfera. Maggiore è la densità, minore sarà il periodo secondo la relazione $T \propto \rho^{-\frac{1}{2}}$. In un sistema ellissoidale, i moti componenti lungo gli assi principali saranno armonici semplici ma con periodi diversi; il periodo in un sistema sferico della stessa densità sarà intermedio tra loro. Pertanto, il periodo calcolato semplicemente dalla densità, assumendo una distribuzione sferica, darà un'idea generale del periodo nell'universo reale.

Abbiamo stimato che il numero di stelle in una sfera di raggio 5 parsec sia 30; poiché queste stelle sono approssimativamente più deboli del Sole, considereremo la massa in questa sfera pari a solo 10 volte quella del Sole. Se questa è una sottostima, e potrebbe esserlo notevolmente a causa della possibile presenza di stelle oscure, il periodo ottenuto rappresenterà un limite superiore. Con la densità adottata, il risultato è di 300.000.000 di anni. Questo è inferiore alle stime attuali dell'età della crosta solida terrestre. Pertanto, il Sole e altre stelle di pari età devono aver descritto almeno uno e probabilmente molti circuiti, da quando sono nate.⁴ Siamo giustificati nel pensare alle orbite stellari come percorsi effettivamente percorsi, e non come semplici curve teoriche. Siamo giustificati nel pensare alle orbite stellari come a percorsi realmente percorsi, e non come a semplici curve teoriche.

I problemi sui quali ci si aspetterebbe che la dinamica gettasse un po' di luce sono numerosi. Perché le stelle nelle fasi iniziali hanno velocità molto basse? Perché queste velocità aumentano in seguito? In particolare, come fanno le stelle ad acquisire velocità perpendicolari al piano di distribuzione originale, che fanno sì che le tipologie più recenti si distribuiscano in una forma quasi sferica? Come si spiegano i due flussi stellari? Qual è il significato del terzo flusso, la deriva O? Si può spiegare la parziale conformità alla legge di Maxwell? Cosa impedisce il collasso della Via Lattea?

Alcuni di questi problemi sembrano al momento piuttosto insolubili. In effetti, bisogna ammettere che sono stati compiuti pochissimi progressi nell'applicazione della dinamica ai problemi stellari. Ciò che è stato realizzato è piuttosto di natura preparatoria. È stato dimostrato che la dinamica stellare è uno studio diverso dalla dinamica dei gas e, in effetti, dalla teoria di qualsiasi tipo di sistema che sia stato finora studiato. Una progressione regolare può essere tracciata attraverso la dinamica rigida, l'idrodinamica, la dinamica dei gas fino alla dinamica stellare. Nel primo caso tutte le particelle si muovono in modo connesso; nel secondo c'è continuità tra i movimenti delle particelle contigue; nel terzo caso le particelle adiacenti agiscono l'una sull'altra per collisione, cosicché, sebbene non ci sia continuità matematica, rimane una sorta di continuità fisica; nell'ultimo caso le particelle adiacenti sono completamente indipendenti. Bisogna quindi prendere in considerazione un nuovo tipo di sistema dinamico, ed è probabilmente necessario prima elaborare i risultati in casi semplici e familiarizzare con le proprietà generali, prima di tentare di risolvere i complessi problemi che l'attuale universo stellare presenta. Questo è stato il modo di sviluppo negli altri settori della dinamica.

Il punto di partenza naturale è indagare i possibili stati stazionari di moto. È chiaro che qui non ci riferiamo allo stato stazionario definitivo in cui prevale la distribuzione delle velocità nel gas, ma a uno stato che rimane stazionario finché l'effetto degli incontri è trascurabile. Il sistema stellare reale può trovarsi o meno in un tale stato; possiamo sperare di risolvere la questione al meglio elaborando le conseguenze di tale ipotesi.

Per i sistemi dotati di simmetria globulare sono stati individuati e studiati diversi tipi di moto stazionario. Nessuno di quelli scoperti finora fornisce un'approssimazione ragionevole alla distribuzione effettiva delle velocità; tuttavia, gli insuccessi sembrano restringere notevolmente il campo in cui è possibile ottenere possibili soluzioni. Un modello dinamico autoconsistente, che possieda almeno alcune delle caratteristiche principali dei moti stellari, sarebbe un complemento

⁴Non abbiamo mezzi per stimare l'età del sistema stellare, ma forse non c'è niente di male nell'avere a mente un numero come 10^{10} anni quando si pensa a queste domande.

molto utile e suggestivo in molti tipi di indagine e sembrerebbe valere la pena di intraprendere la ricerca di sistemi adatti.

C'è un problema relativo al sistema stellare vero e proprio che può essere tenuto presente anche in questa fase iniziale. H. H. Turner⁵ ha avanzato un'interessante proposta, che fornisce una possibile spiegazione dei due flussi stellari. Il problema è spiegare il moto preferenziale avanti e indietro lungo una particolare linea. Supponiamo che le stelle si muovano lungo orbite generalmente molto allungate, simili alle orbite cometarie nel sistema solare. I moti stellari saranno quindi preferibilmente radiali piuttosto che trasversali. Se il Sole si trova a una distanza considerevole dal centro del sistema stellare, il percorso che unisce quel centro al Sole sarà una direzione di moto preferenziale per quelle stelle che sono sufficientemente vicine a noi da avere un moto proprio percepibile. Anche se l'eccentricità del Sole non è molto grande, si osserverà un effetto simile a quello del flusso stellare. Abbiamo sempre supposto che la convergenza delle direzioni apparenti del flusso stellare in diverse parti del cielo fosse la prova che le direzioni vere fossero parallele; ma una convergenza delle direzioni vere è un'interpretazione altrettanto possibile. È del tutto possibile che i moti preferenziali possano essere verso o lontano da un punto a una distanza finita piuttosto che paralleli a una linea. È difficile dire se tale ipotesi si rivelerebbe soddisfacente nei dettagli; ma almeno non vi sono obiezioni evidenti.

Ci si potrebbe chiedere perché le orbite stellari debbano essere molto allungate. La ragione che si può attribuire è che inizialmente partono con velocità molto basse. Dobbiamo supporre che le loro velocità nelle fasi successive siano acquisite principalmente cadendo verso il centro del sistema, ed è naturale che siano preferibilmente radiali. In effetti, a volte si è espresso stupore per il fatto che ci siano così poche indicazioni dei preponderanti movimenti radiali che ci si potrebbe aspettare. È possibile che il fenomeno sconcertante dei due flussi stellari sia proprio questa indicazione?

La grande difficoltà è che, se i moti sono principalmente radiali, sembra inevitabile che ci sia una grande congestione di stelle nelle vicinanze del centro, maggiore di quanto siamo disposti ad accettare come possibile. Nei sistemi finora studiati, non è stato possibile ottenere un moto preferenziale sufficiente senza una densità eccessiva al centro; ma non possiamo ancora concludere che ciò valga in generale. Naturalmente, è possibile sostenere che una delle dense macchie di stelle nelle regioni del Cigno o del Sagittario della Via Lattea sia il centro effettivamente congestionato del sistema stellare.

Si possono fare alcune osservazioni sugli altri problemi suggeriti prima. La nascita di una stella senza moto non sembra presentare tutta quella difficoltà come a volte si è supposto. Non è necessario supporre che la materia primordiale da cui ha origine non sia soggetta alla gravitazione (sebbene non vi sia nulla di intrinsecamente improbabile in tale speculazione). Presumibilmente una stella si forma dall'accumulo di materiale meteorico o gassoso in una qualche porzione di spazio. Ora, sappiamo che, se dovessimo mettere insieme mille stelle, i loro moti individuali si annullerebbero praticamente e la superstella risultante sarebbe praticamente ferma. Allo stesso modo, nella formazione di una singola stella, i moti individuali prodotti dalla gravitazione nei materiali di cui è composta potrebbero annullarsi, così che la stella partirebbe da ferma. È interessante notare che con questo processo la velocità iniziale media di una stella composta da N costituenti varierebbe *ceteris paribus* come $N^{-1/2}$, supponendo che le velocità dei costituenti siano casuali. Questo porterebbe a un'equipartizione dell'energia tra stelle di masse diverse, essendo la massa proporzionale a N . Ma a meno che il numero di costituenti non sia molto piccolo, le loro velocità dovrebbero essere enormi, e l'ipotesi non sembra sostenibile. Inoltre, è difficile immaginare come si possa formare un ammasso in movimento.⁶

Un aumento di velocità nella fase successiva è il risultato naturale dell'attrazione centrale del sistema stellare. Se la stella inizia l'esistenza senza movimento, deve partire da un centro

⁵Turner, *Monthly Notices*, Vol. 72, pp. 387, 474.

⁶Questo suggerimento (con le relative obiezioni) mi è stato segnalato dal Prof. A. Schuster.

orbitale, e in tutti gli altri punti dell'orbita la sua velocità sarebbe maggiore. Dopo che la stella è abbastanza vecchia da aver descritto un quadrante della sua orbita, non possiamo aspettarci alcun aumento di velocità da questa causa; in altre parole, il progressivo aumento di velocità dovrebbe cessare dopo i primi 100.000.000 di anni. Ma difficilmente possiamo comprimere lo sviluppo dal Tipo B al Tipo M in quel periodo. Un'altra difficoltà è che il moto prodotto dall'attrazione centrale si svolgerebbe principalmente nel piano della galassia; non esiste alcuna spiegazione dei moti perpendicolari a quel piano acquisiti dalle stelle dei tipi successivi. Non sembra possibile spiegare questi moti extragalattici in modo semplice.

Non vedo alternative all'ipotesi che le stelle K e M si siano formate originariamente con una distribuzione più globulare rispetto alle stelle di tipo iniziale. Potrebbe darsi che la nascita delle stelle sia stata per qualche motivo ritardata nel piano galattico, e che questo sia il motivo per cui le stelle di tipo iniziale vi abbondano. Forse un'ipotesi più probabile è che stelle massicce con sviluppo lento si siano formate dove la materia stellare era ricca, e stelle piccole con sviluppo rapido si siano formate dove la materia stellare era scarsa. Così le parti periferiche del sistema stellare lontane dalla galassia hanno dato origine a stelle piccole che hanno rapidamente raggiunto lo stadio M; e queste, essendo cadute da grande distanza, hanno acquisito grandi velocità. Le regioni del piano galattico, riccamente fornite del materiale necessario, hanno formato stelle grandi, che si stanno sviluppando solo lentamente, e queste sono rimaste in movimento nel piano galattico. L'ipotesi a grandi linee sembra abbastanza plausibile; ma finché persiste la difficoltà del duplice carattere delle stelle di tipo M, non possiamo considerare completa alcuna spiegazione.

Il suggerimento precedente è applicabile anche se adottiamo l'ipotesi di Russell. La sua opinione è che solo le stelle più massicce siano in grado di riscaldarsi fino alle alte temperature caratteristiche dei tipi B e A. Di conseguenza, questi tipi si sarebbero originati solo dove il materiale di formazione stellare era ricco, e la loro concentrazione galattica e le loro basse velocità possono essere spiegate.

Il problema dell'equilibrio della Via Lattea è un altro argomento di riflessione. Sembra necessario ammettere che si trovi in una sorta di equilibrio; ovvero, le singole stelle non oscillano avanti e indietro attraverso il sistema stellare in un periodo di 300.000.000 di anni, ma rimangono concentrate negli ammassi che ora formano. L'unica spiegazione possibile in termini di forze note è che la Via Lattea nel suo complesso sia in lenta rotazione, una condizione che è stata considerata da H. Poincaré.⁷ Per avere un'idea dell'ordine di grandezza della rotazione, supponiamo che la massa totale del sistema stellare interno sia 10^9 volte la massa del Sole e che la distanza della Via Lattea sia 2000 parsec; la velocità angolare di equilibrio sarà quindi di $0''.5$ per secolo. Si potrebbe sottolineare che Charlier⁸ ha scoperto che il nodo del piano invariabile del sistema solare sul piano della Via Lattea ha un moto diretto pari a $0''.35$ volte al secolo, un moto che potrebbe essere espresso altrettanto bene come una rotazione retrograda delle stelle nel piano della Via Lattea. Forse sarebbe forzare eccessivamente il risultato se si considerasse questa una prova della veridicità della nostra ipotesi.

Con questo breve accenno all'aspetto dinamico del problema, concludiamo la nostra analisi della struttura del sistema stellare. I risultati discussi sono emersi, con poche eccezioni, negli ultimi quindici anni; ma sono il frutto di un secolo di lavoro preparatorio. I moti propri attualmente utilizzati si basano su osservazioni che risalgono all'epoca di Bradley; e i moderni metodi strumentali, che ora forniscono parallassi e moti propri da discutere, hanno alle spalle una lunga storia di graduale sviluppo. Il progresso dell'indagine stellare non deve essere misurato dalle poche conclusioni a cui siamo stati in grado di dare un'affermazione definitiva. In futuro i frutti di questi lavori saranno raggiunti in modo molto più completo.

⁷Poincaré, *Hypotheses Cosmogoniques*, p. 263.

⁸Charlier, *Lund Meddelanden*, Series 2, No. 9, p. 78.

Nel frattempo, la conoscenza acquisita mostra ancora più chiaramente quanto ci sia ancora da imparare. Le perplessità odierne prefigurano le scoperte future. Se dobbiamo ancora lasciare l'universo stellare come una regione di mistero nascosto, sembra tuttavia che, nella nostra esplorazione, siamo riusciti a intravedere i contorni di una vasta combinazione che unisce persino le stelle più lontane in un sistema organizzato.

Indice

1	I dati osservativi	5
2	SCHEMA GENERALE	19
3	Le stelle più vicine	25
4	AMMASSI IN MOVIMENTO	33
5	Il moto del Sole	43
6	I due flussi stellari	51
7	I due flussi stellari - Teoria matematica	73
8	Fenomeni associati con il tipo spettrale	93
9	CONTEGGIO DELLE STELLE	111
10	INDAGINI STATISTICHE GENERALI	121
11	La via Lattea, ammassi stellari e nebulose	141
12	DINAMICA DEL SISTEMA STELLARE	149